

# La gravitation relativiste: des trous noirs aux ondes gravitationnelles

Éric Gourgoulhon

Laboratoire de l'Univers et de ses Théories (LUTH)

CNRS / Observatoire de Paris

F-92195 Meudon, France

`eric.gourgoulhon@obspm.fr`

`http://www.luth.obspm.fr`

## VIRGO: un télescope un peu particulier...



Détecteur d'ondes gravitationnelles VIRGO sur le site de Cascina, près de Pise

[CNRS/INFN]

## Les ondes gravitationnelles: des vibrations de l'espace-temps

Mais au fait, qu'est-ce que **l'espace-temps** ?

Nous vivons dans un espace à **trois dimensions**: (i) devant / derrière, (ii) gauche / droite, (iii) haut / bas

⇒ 3 nombres  $(x, y, z)$  (coordonnées) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

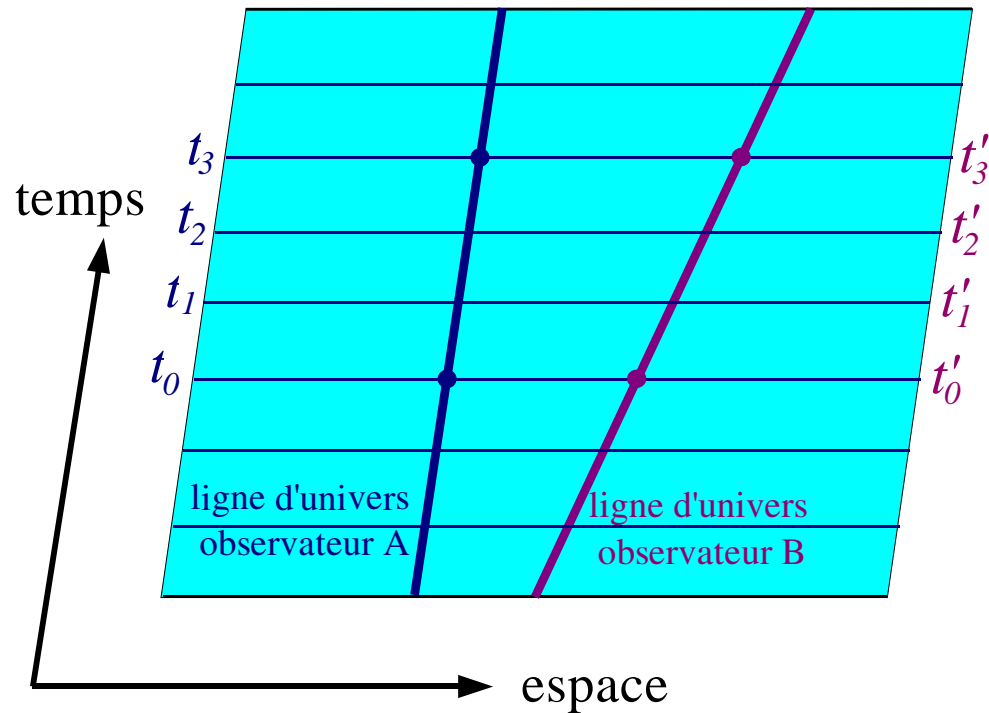
Le temps ne possède qu'**une seule dimension**: passé / futur

⇒ 1 seul nombre  $t$  (date) pour localiser un événement dans le temps.

On peut unifier l'espace et le temps dans un continuum mathématique à **quatre dimensions**: **l'espace-temps**.

Concept dû à Albert Einstein, Henri Poincaré et Herman Minkowski au début du XXème siècle.

## L'espace-temps newtonien

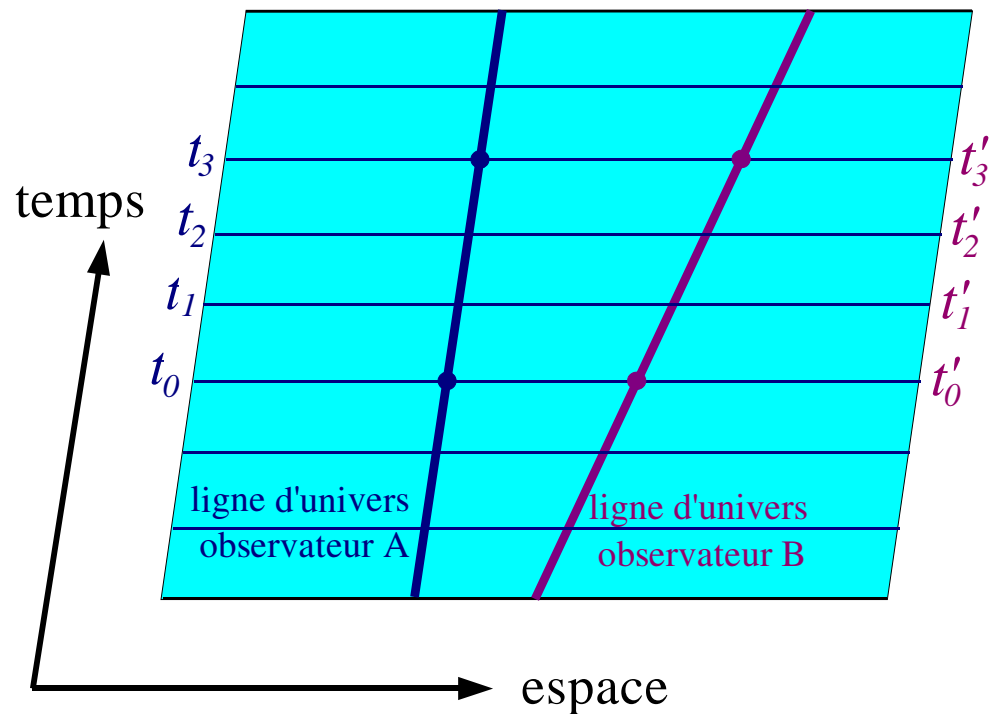


Espace-temps newtonien

*structure absolue*: temps universel

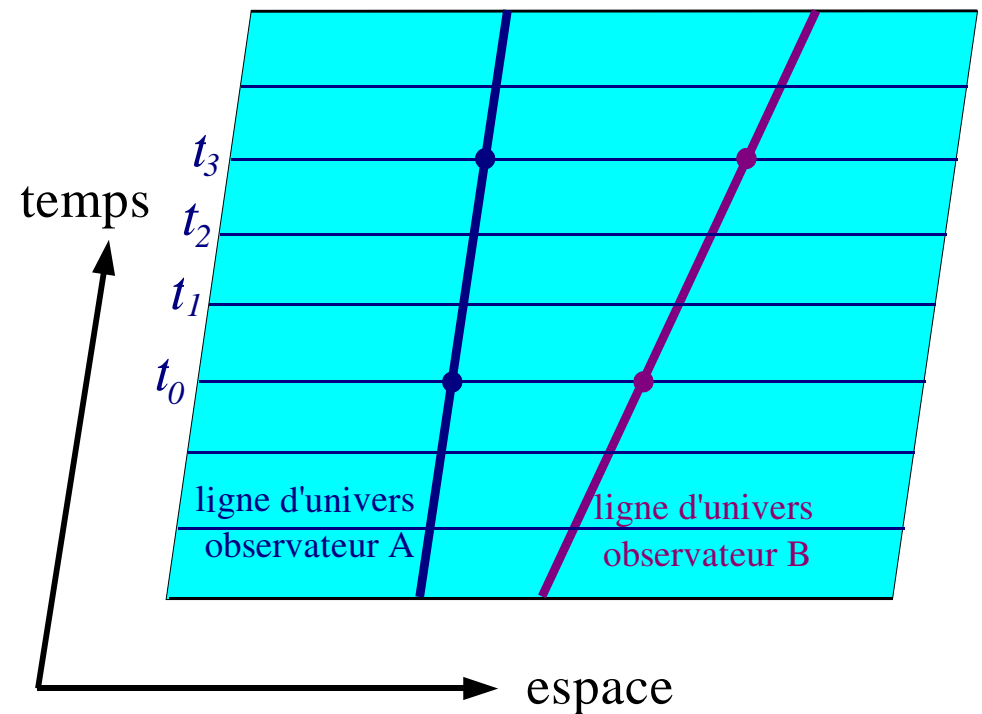
Tous les observateurs mesurent le même temps

## L'espace-temps relativiste



Espace-temps newtonien  
*structure absolue*: temps universel

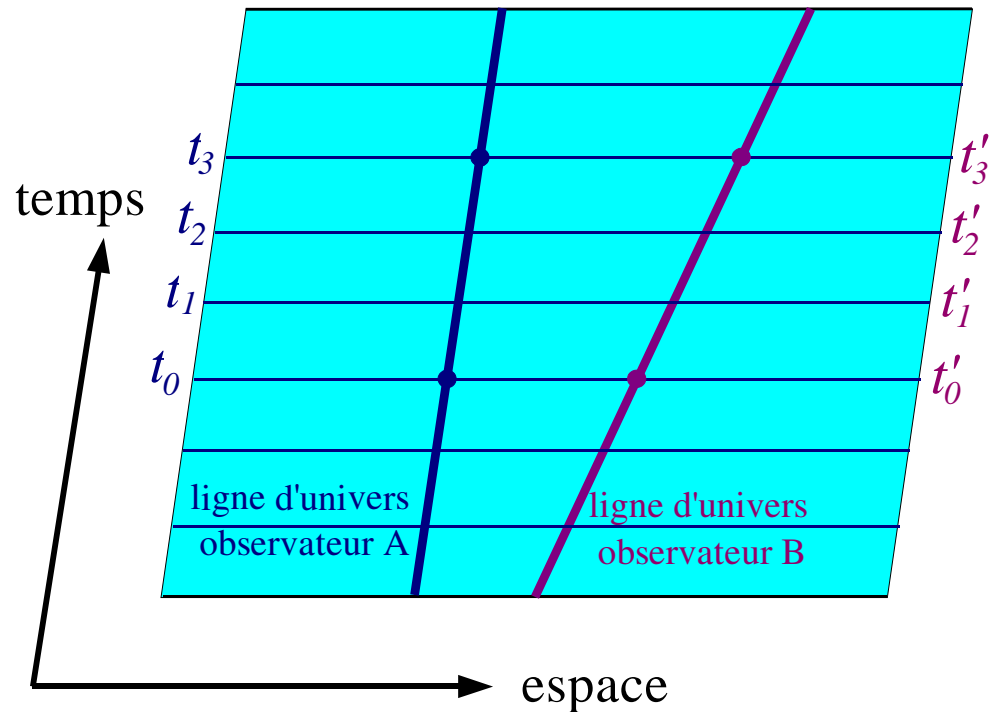
Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte

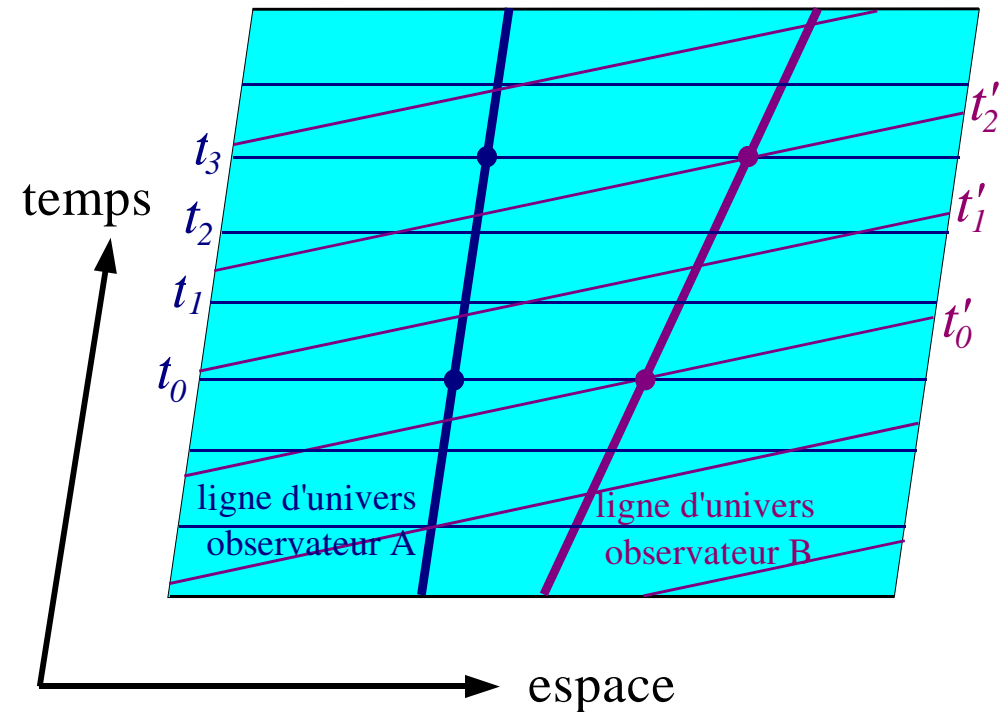
il n'y a plus de temps universel, chaque observateur définit son propre temps

## L'espace-temps relativiste



Espace-temps newtonien  
*structure absolue*: temps universel

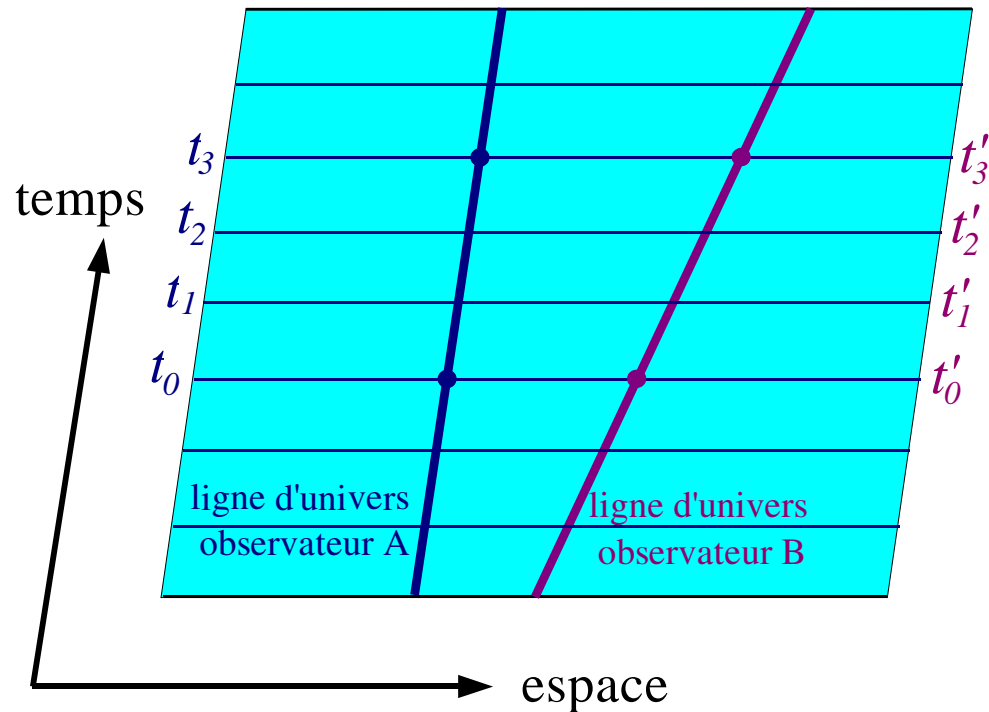
Tous les observateurs mesurent le même temps



Espace-temps de la relativité restreinte

il n'y a plus de temps universel, chaque observateur définit son propre temps  
 $\implies$  la simultanéité n'est plus universelle  
 $\implies$  phénomène de *dilatation des temps*

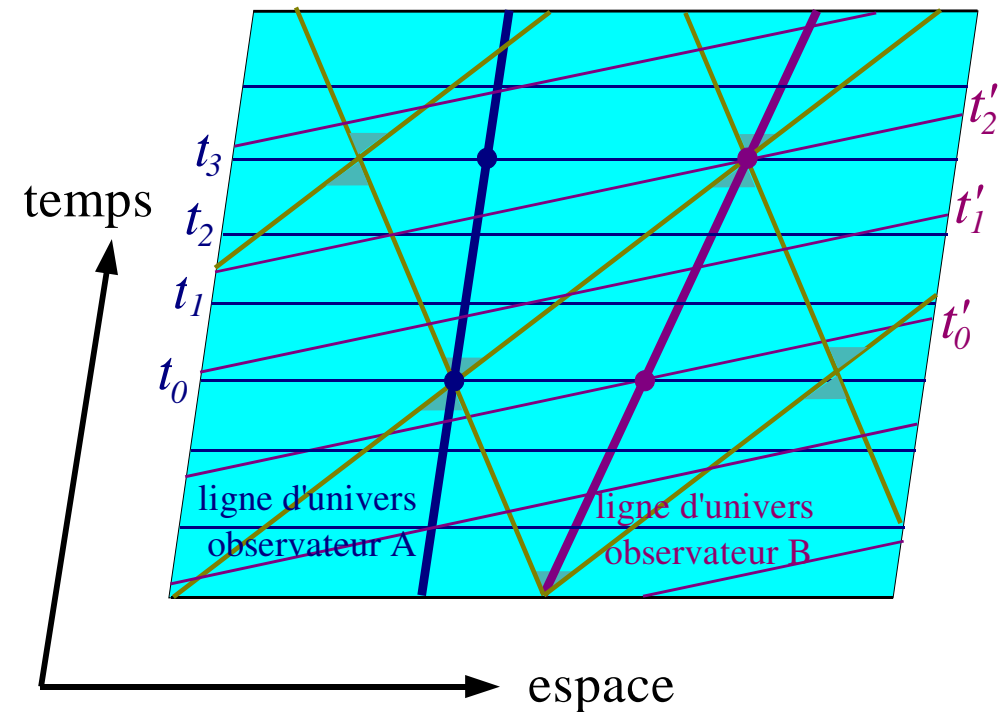
## L'espace-temps relativiste



Espace-temps newtonien

*structure absolue*: temps universel

Tous les observateurs mesurent le même temps

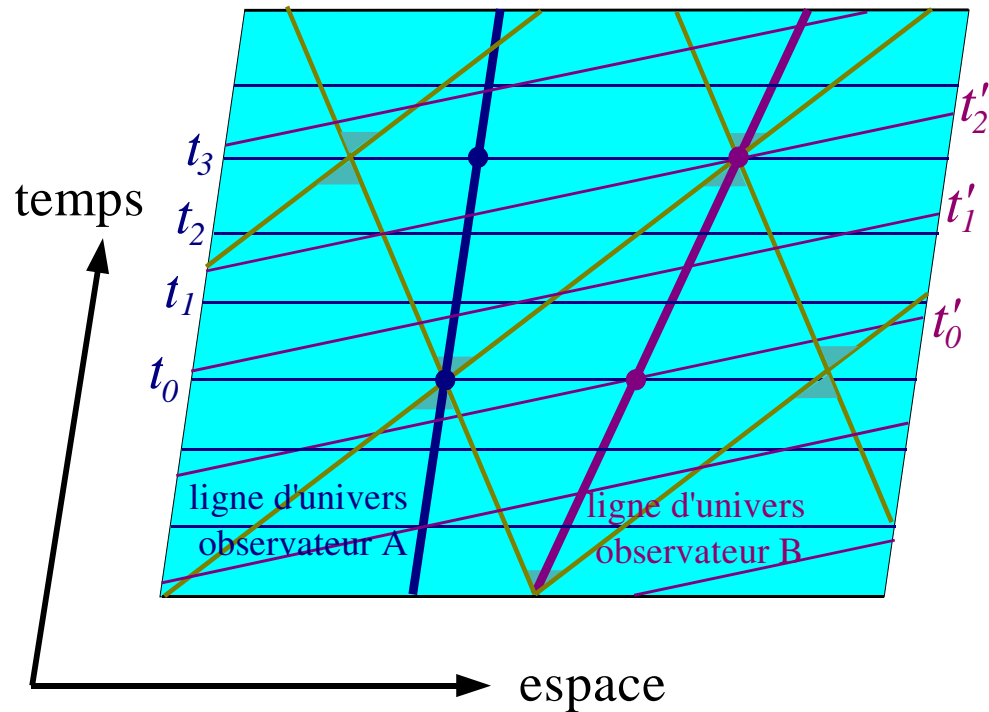


Espace-temps de la relativité restreinte

*structure absolue*: cônes de lumière

il n'y a plus de temps universel, chaque observateur définit son propre temps  
 $\implies$  la simultanéité n'est plus universelle  
 $\implies$  phénomène de *dilatation des temps*

## L'espace-temps relativiste



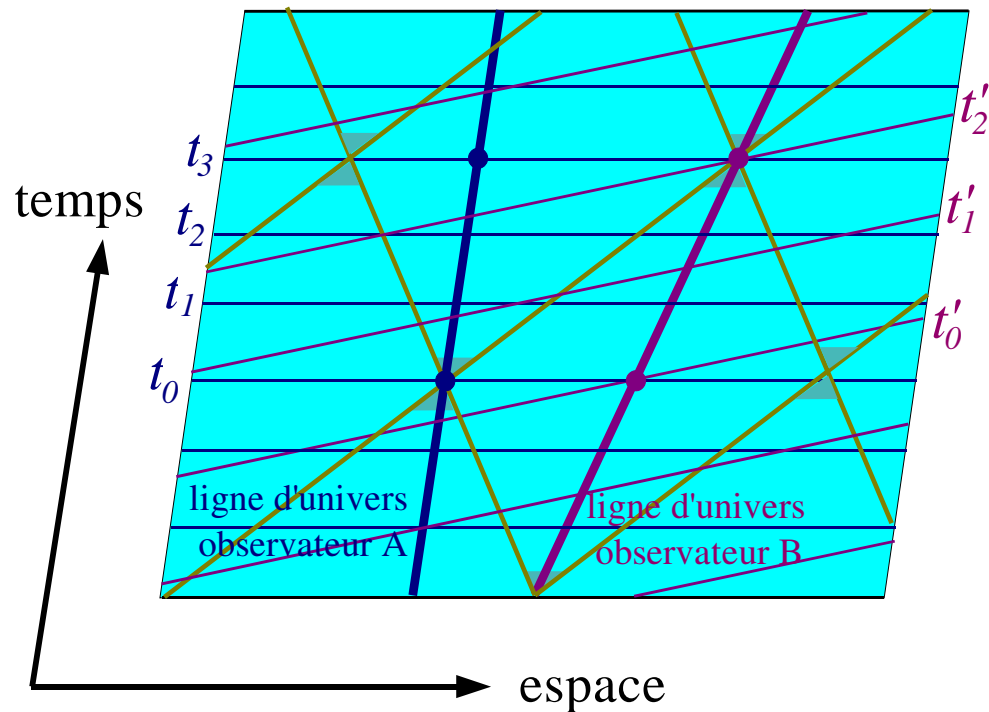
Espace-temps de la relativité restreinte

OK pour l'électromagnétisme

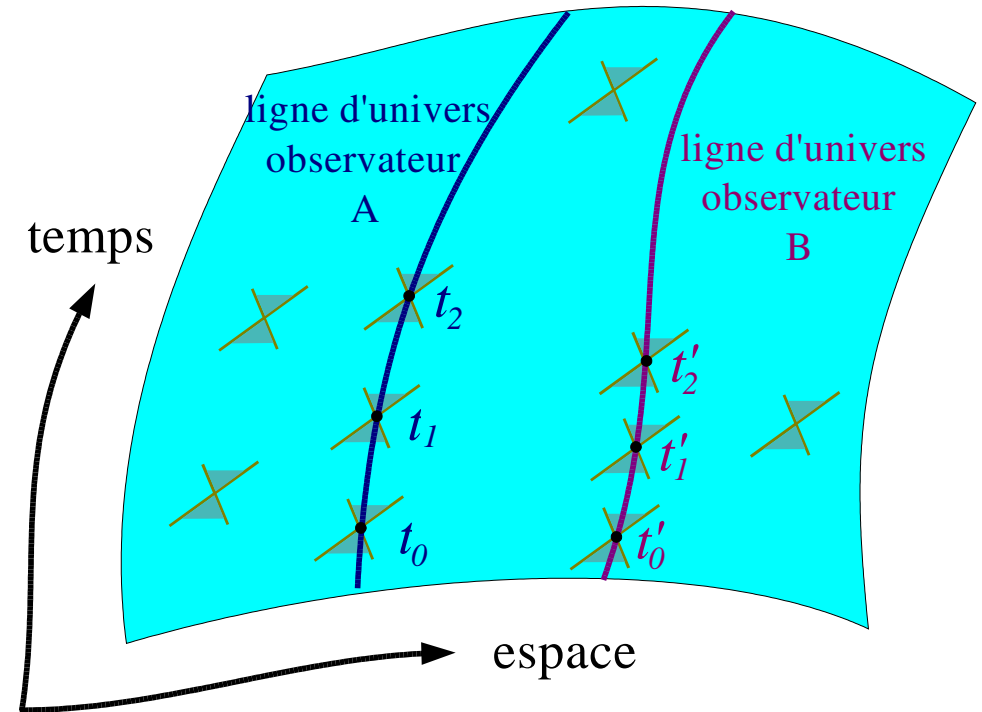
ne convient pas pour la gravitation



## L'espace-temps relativiste



Espace-temps de la relativité restreinte  
 espace-temps **plat** et **inerte**  
 OK pour l'électromagnétisme  
 ne convient pas pour la gravitation

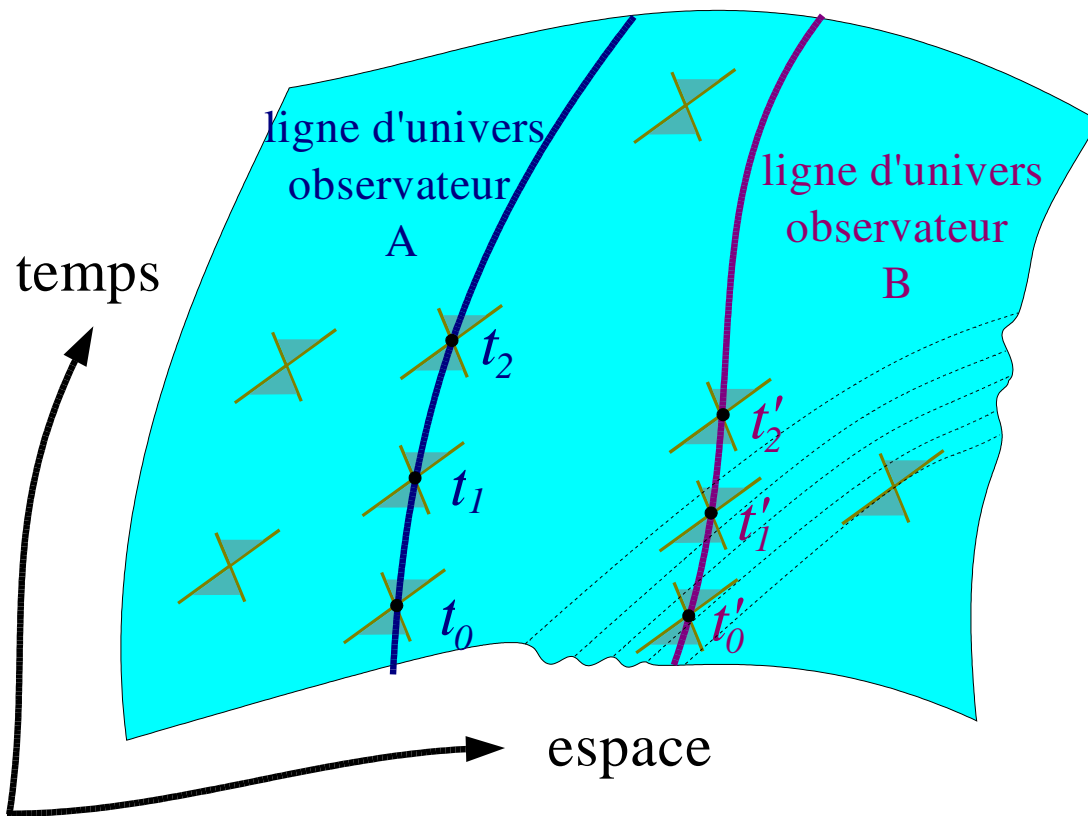


Espace-temps de la relativité générale  
 espace-temps **courbe** et **dynamique**  
 OK pour l'électromagnétisme  
 OK pour la gravitation

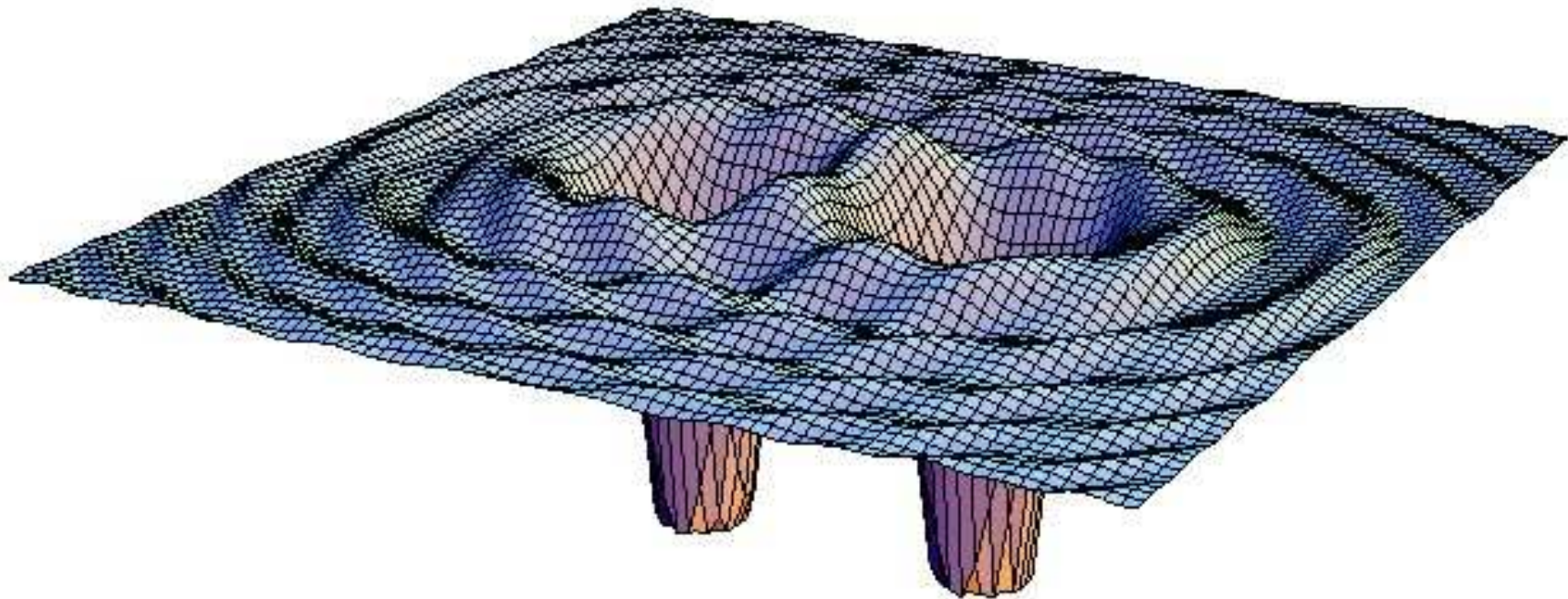
## Ondes gravitationnelles

ondes gravitationnelles = perturbations dans la courbure de l'espace-temps

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- NB: les ondes électromagnétiques (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma) sont des perturbations du champ électromagnétique qui se propagent *dans* l'espace-temps, alors que les ondes gravitationnelles sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*



## Ondes gravitationnelles = ondes de courbure



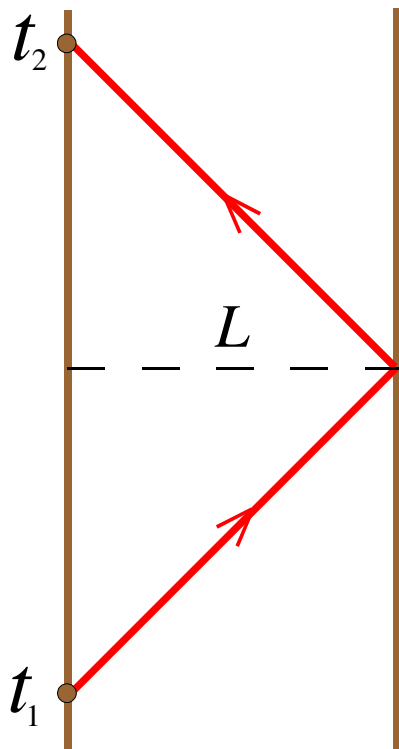
Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Effets du passage d'une onde gravitationnelle



Mesure la distance  $L$  entre deux masses libres par la méthode "radar":

$$L = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1)$$



Variation de la longueur  $L$  au passage d'une onde gravitationnelle:

$$\delta L \simeq h L$$

$h$  = amplitude de l'onde gravitationnelle

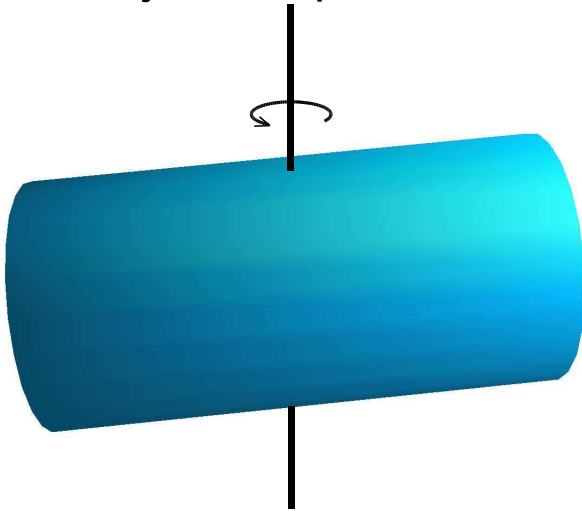
En pratique  $h$  est si petit que nos sens n'y sont pas sensibles:  
pour les principales sources astrophysiques:  $h \sim 10^{-21}$  !!!

## Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIXème Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire. Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques: produites par l'accélération des charges électriques
- ondes gravitationnelles: produites par l'accélération des masses

Un moyen simple d'accélérer une masse de manière constante: la mettre *en rotation*:



Cylindre d'acier: diamètre = 1 m, longueur = 20 m, masse = 490 t, tournant à 28 rad/s (limite de rupture)

⇒ énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps:  $2 \times 10^{-29}$  W !

⇒ **Aucun espoir de détection !**

## Génération d'ondes gravitationnelles par des sources astrophysiques

Énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps:

$$\mathcal{L} \sim \frac{c^5}{G} s^2 \left( \frac{v}{c} \right)^6 \Xi^2$$

luminosité gravitationnelle

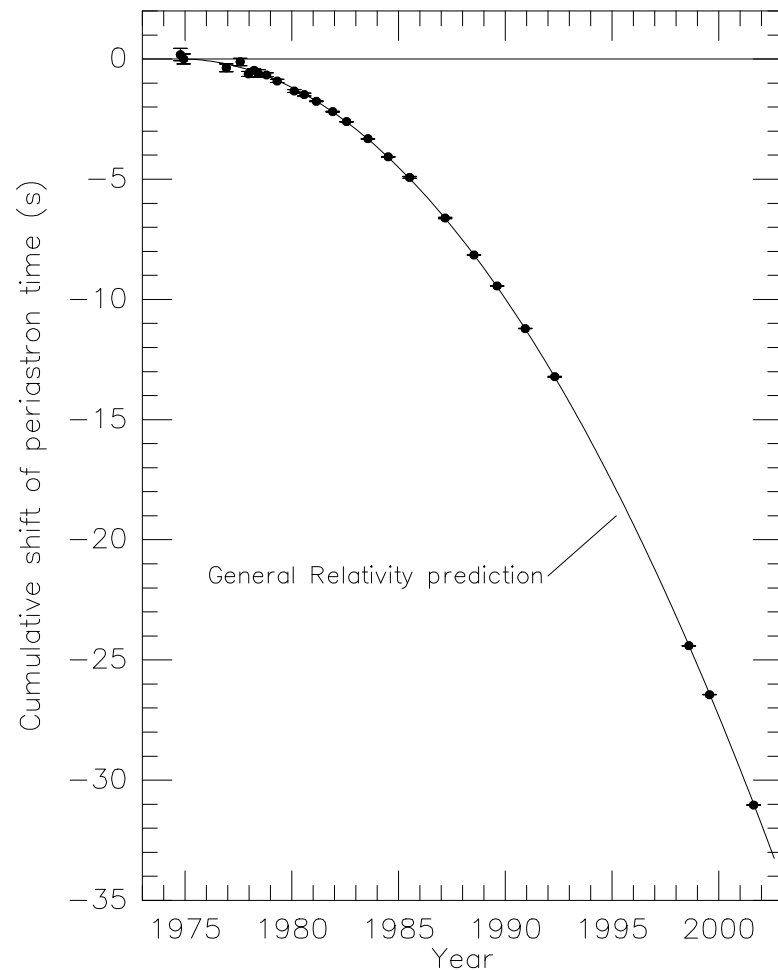
- $G$  : constante de Newton  $\rightarrow$  gravitation
- $c$  : vitesse de la lumière  $\rightarrow$  relativité
- $s$  : facteur d'asymétrie:  $s = 0$  si symétrie sphérique
- $v$  : vitesse caractéristique des mouvements dans la source
- $\Xi$  : paramètre de compacité ou paramètre de relativité:

$$\Xi = \frac{GM}{c^2 R} \simeq \frac{R_S}{R} \text{ avec } M \text{ et } R \text{ masse et rayon moyen de la source:}$$

Terre:  $\Xi \simeq 10^{-10}$ , Soleil:  $\Xi \simeq 10^{-6}$ , naine blanche:  $\Xi \simeq 10^{-3}$ ,  
étoile à neutrons:  $\Xi \simeq 0,2$ , trou noir:  $\Xi = 1$

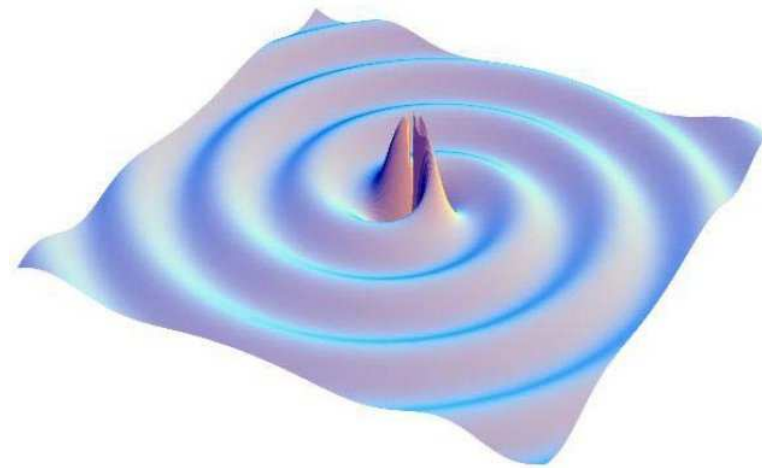
**Seuls les objets compacts sont de bons émetteurs d'ondes gravitationnelles**

## Les ondes gravitationnelles existent !



[Weisber & Taylor (2002)]

Émission d'ondes gravitationnelles par le système binaire d'étoiles à neutrons PSR B1913+16 (**pulsar binaire**)

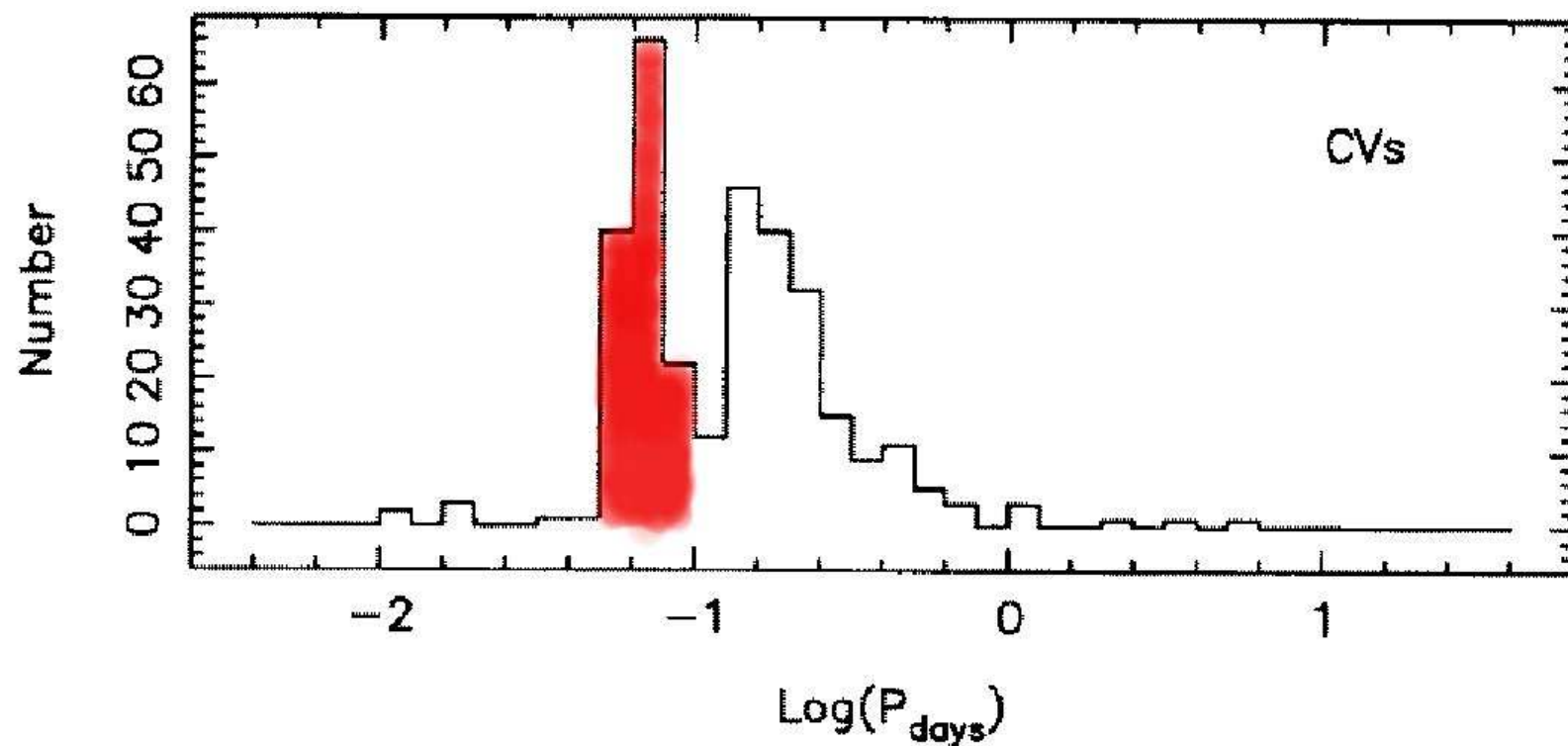


← Décroissance observée de la période orbitale  $P = 7 \text{ h } 45 \text{ min}$  du pulsar binaire PSR B1913+16 sous l'effet de la **réaction au rayonnement gravitationnel**  
 ⇒ coalescence dans **140 millions d'années**.

**Prix Nobel de Physique 1993**  
**à R. Hulse & J. Taylor**

## Autre preuve de l'existence des ondes gravitationnelles

Distribution des périodes orbitales des variables cataclysmiques:



Le pic entre 80 min et 2 h ne s'explique que par l'émission d'ondes gravitationnelles !

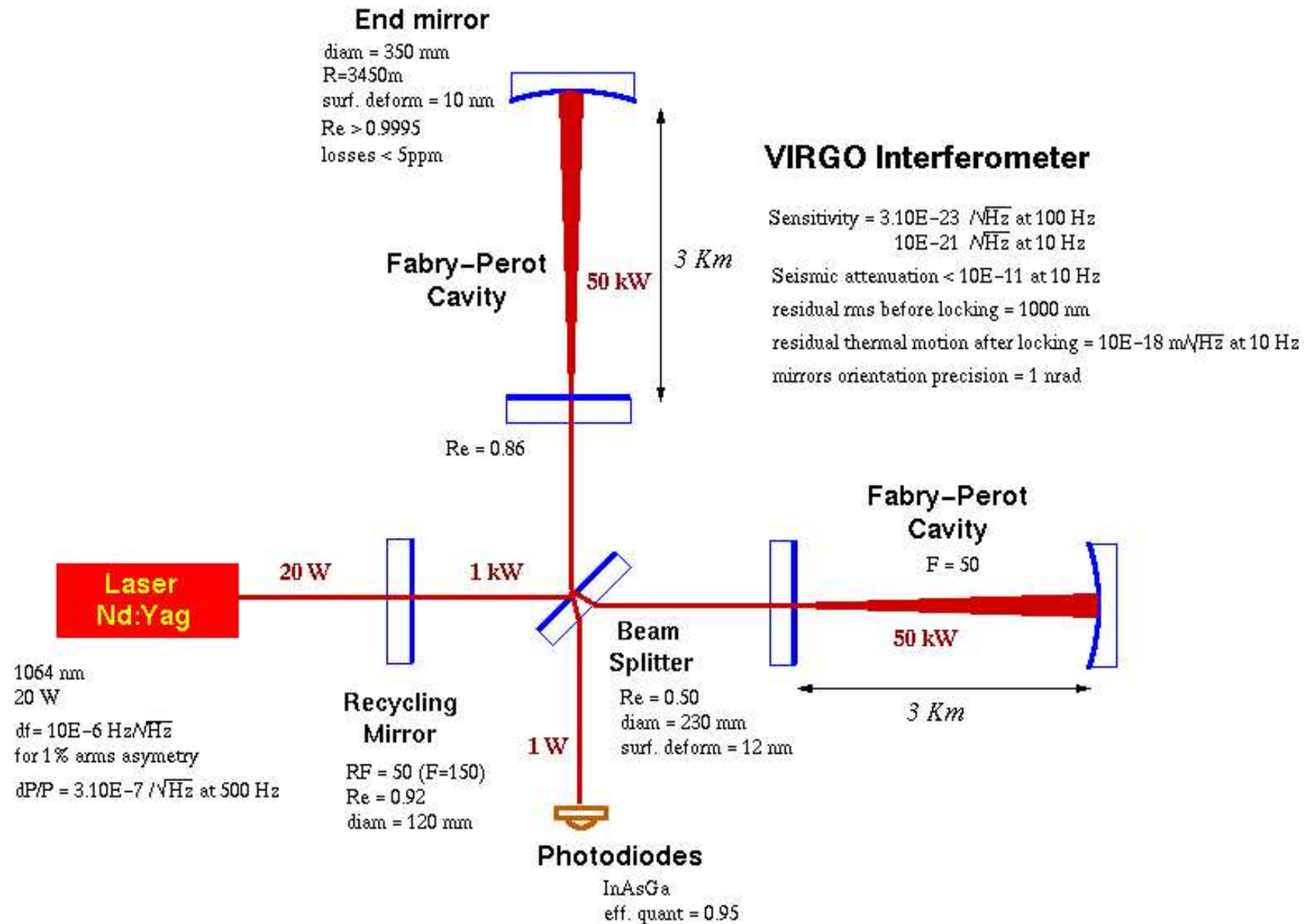


## Détection sur Terre des ondes gravitationnelles



Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

# Schéma optique de l'interféromètre VIRGO



## Super-atténuateurs



Systeme de suspension de la séparatrice: chaîne de 7 pendules (isolation sismique horizontale) dont chaque élément est constitué de lames triangulaires oscillantes (isolation sismique verticale) [CNRS/INFN]

## Principe de fonctionnement

L'interféromètre est calé sur la frange noire; le passage d'une onde gravitationnelle — représentée par ses deux modes de polarisation  $(h_+(t), h_\times(t))$  — induit une variation de longueur des bras

$$\frac{\delta L}{L} =: h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi) h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi) h_\times(t). \quad (1)$$

Ce  $\delta L$  provoque un “défilement” des franges d'interférences et donc un signal lumineux dans la photodiode qui observe la frange noire. Dans l'équation (1),  $F_+$  et  $F_\times$  sont les fonctions de réponse du détecteur; elles dépendent de la direction  $(\theta, \phi)$  d'arrivée de l'onde par rapport aux bras du détecteur et de l'angle de polarisation  $\psi$  de l'onde par rapport à l'orientation du détecteur.

## Bruit dans le détecteur

Le signal mesuré par la photodiode est en fait

$$o(t) = h(t) + n(t) ,$$

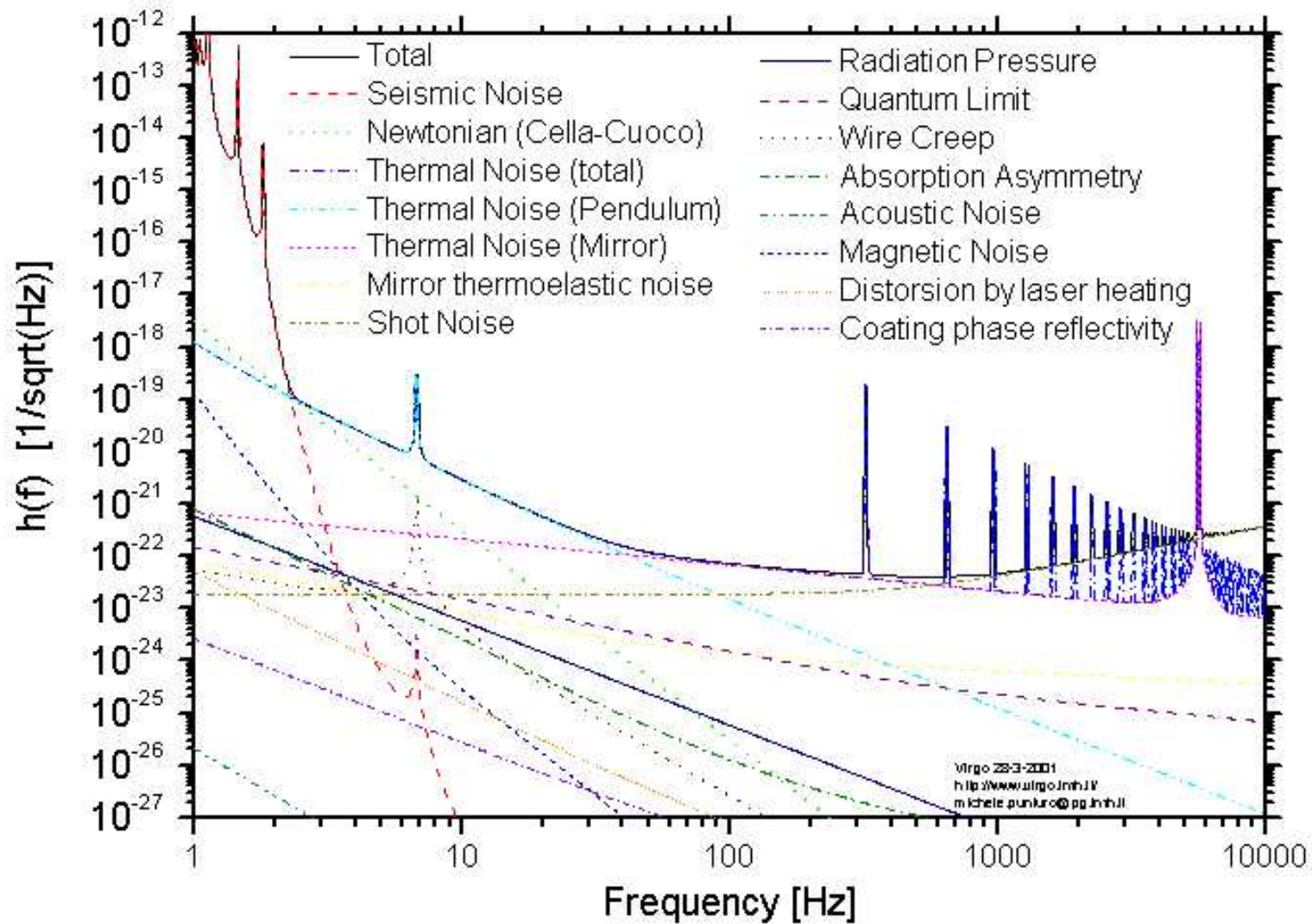
où  $n(t)$  est le bruit dans le détecteur. Ce dernier est caractérisé par sa **densité spectrale de puissance**  $S(f)$ , la quantité  $S(f)^{1/2}$  (unité:  $\text{Hz}^{-1/2}$ ) représentant le bruit quadratique moyen dans une bande de 1 Hz autour de la fréquence  $f$ .

VIRGO sera sensible aux ondes gravitationnelles dont la fréquence est comprise entre  $\sim 10$  Hz et quelques kHz, le maximum de sensibilité étant  $S(f)^{1/2} \simeq 3 \times 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$  autour de 200 Hz. Les facteurs limitant la sensibilité de VIRGO sont

- le bruit thermique des fils de suspension des miroirs entre  $\sim 3$  Hz et  $\sim 40$  Hz;
- le bruit thermique des miroirs eux-mêmes entre  $\sim 40$  Hz et  $\sim 600$  Hz;
- le bruit de photons au delà de  $\sim 600$  Hz.



## Courbe de sensibilité de VIRGO



## Collaboration VIRGO

**VIRGO** = projet commun au **CNRS** et à l'**INFN** (Institut de Physique Nucléaire italien)

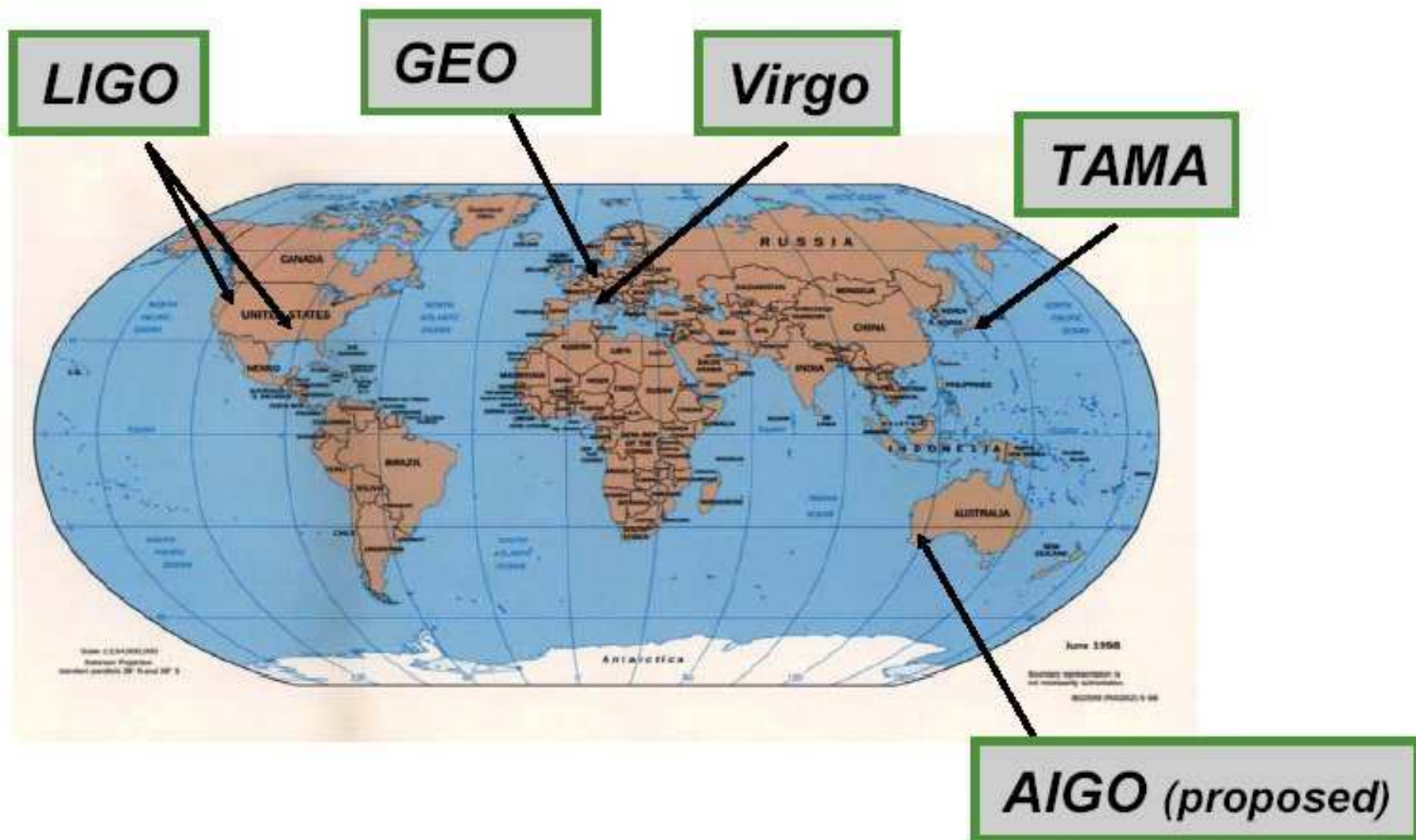
- Construction: 1996 - 2003
- Premières franges d'interférences: mars 2004
- Sensibilité nominale prévue pour fin 2005

La collaboration **VIRGO** comprend plus de 150 chercheurs, répartis dans 6 laboratoires de l'INFN et 5 laboratoires français:

- Observatoire de la Côte d'Azur (Nice), Département Fresnel, équipe *Interférométrie Laser pour la Gravitation et l'Astrophysique (ILGA)*
- Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire (Orsay)
- Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de physique des particules
- Institut de Physique Nucléaire de Lyon, service *Matériaux Avancés - VIRGO*
- École Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles (Paris), Laboratoire d'Optique Physique

Le coût total (hors salaires) de VIRGO est de 80 millions d'euros.

## Autres détecteurs interférométriques





# Interféromètres LIGO

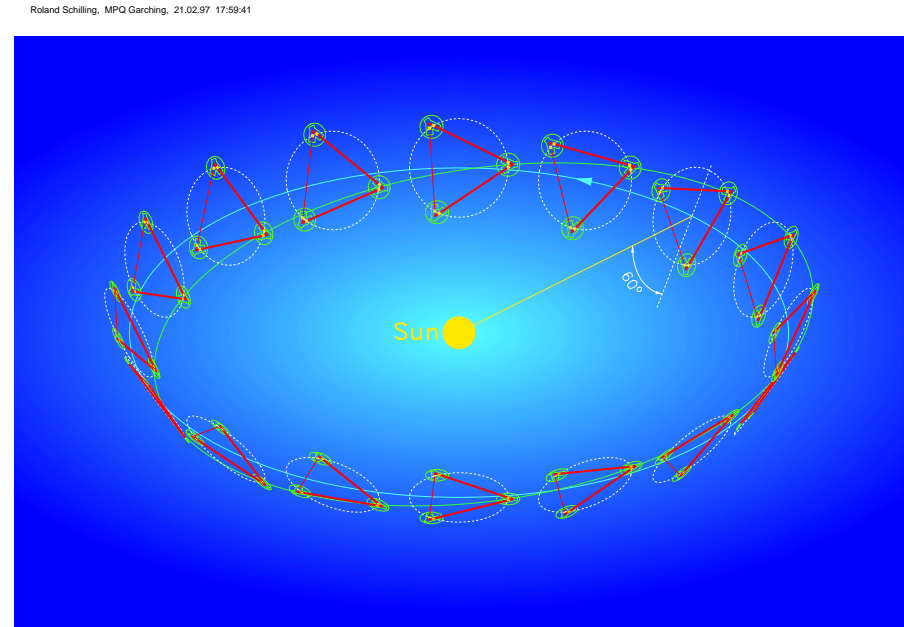
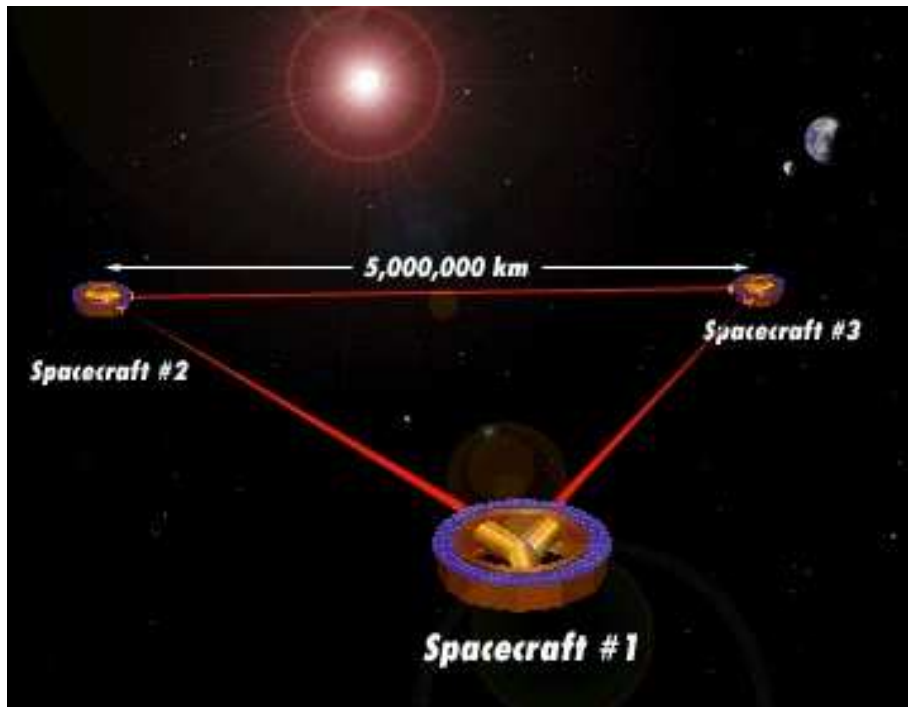
Hanford (H1=4km, H2=2km)



Livingston (L1=4km)



## Projet spatial LISA (ESA/NASA)



Bande de fréquences: 0,1 mHz  $\rightarrow$  0,1 Hz

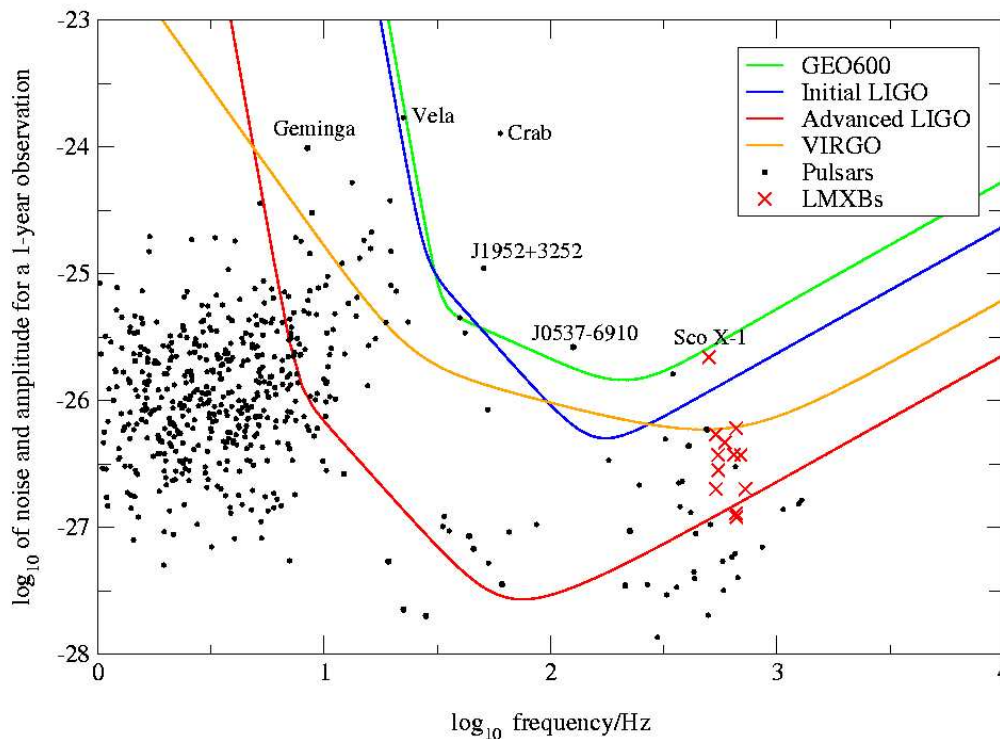
Mission LISA Pathfinder: 2007

Lancement LISA  $\sim$  2011

## Émission d'ondes gravitationnelles par les étoiles à neutrons

Étoile parfaitement symétrique par rapport à son axe de rotation  $\implies$  pas d'OG  
 Déviation  $\epsilon \neq 0$  par rapport à l'axisymétrie  $\implies$  émission d'ondes gravitationnelles  
 d'amplitude ( $P$ : période de rotation,  $r$ : distance,  $I$ : moment d'inertie)

$$h_0 = 4.2 \times 10^{-24} \left( \frac{\text{ms}}{P} \right)^2 \left( \frac{\text{kpc}}{r} \right) \left( \frac{I}{10^{38} \text{ kg m}^2} \right) \left( \frac{\epsilon}{10^{-6}} \right)$$



### Sources d'asymétrie:

- "montagnes" dans l'écorce solide
- champ magnétique
- instabilités

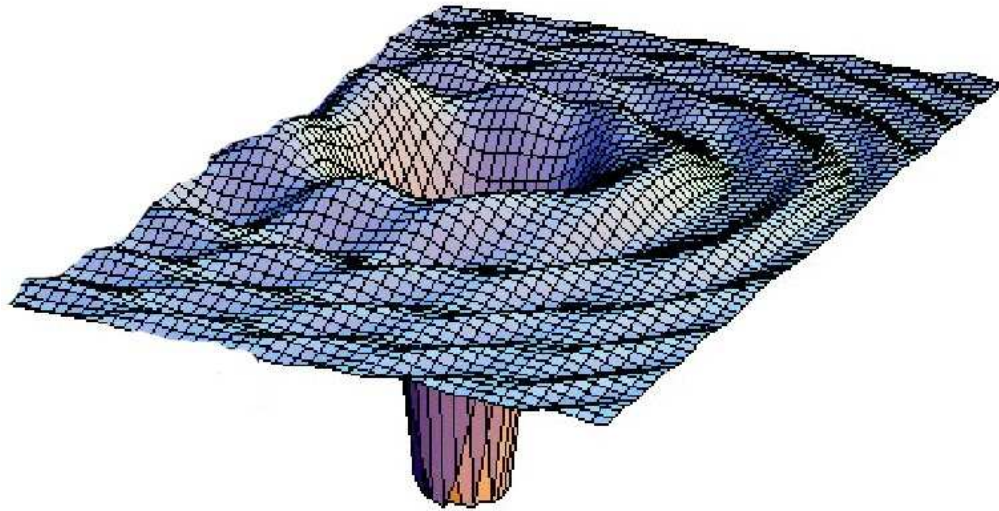
### Bornes supérieures:

$$\dot{P}_{\text{OG}} < \dot{P}_{\text{mesuré}}$$



[Jones, CQG **19**, 1255 (2002)]

## Trous noirs et ondes gravitationnelles



### Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles:

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps**:

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles sont tous deux des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)



## Concept de trou noir

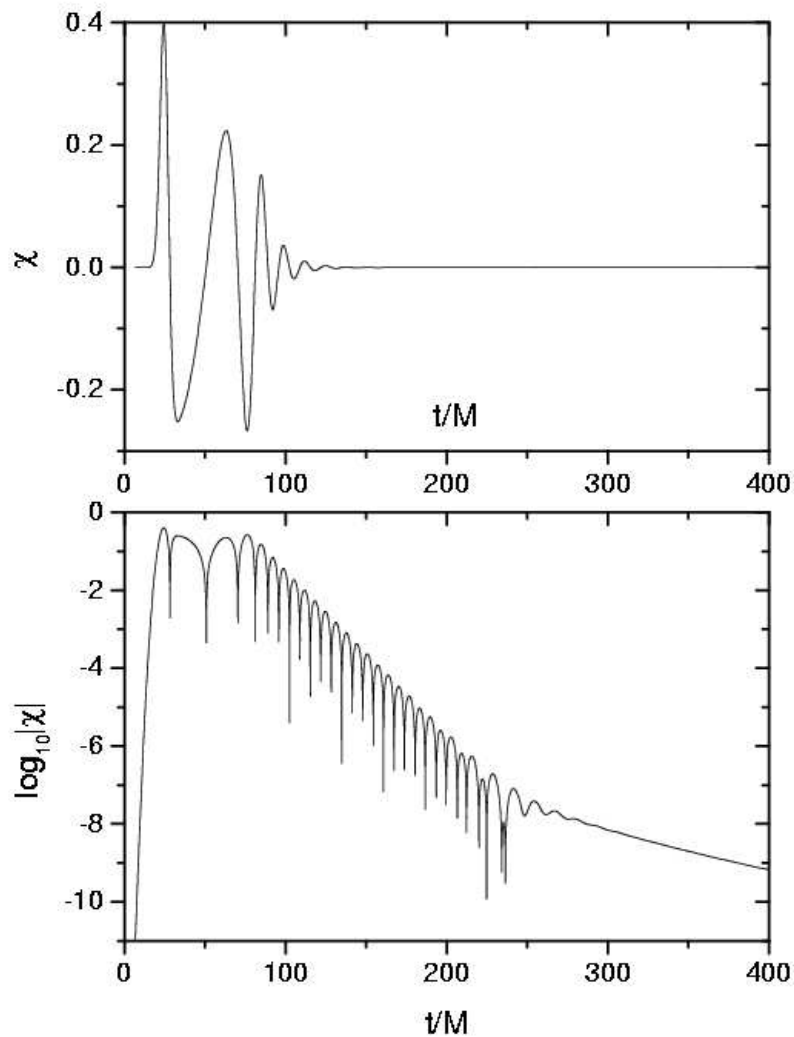
Un **trou noir** est une région de l'espace-temps *causalement déconnectée* du reste de l'univers. Autrement dit aucune géodésique de genre lumière (les trajectoires des photons) ne sort d'un trou noir. La frontière (immatérielle) qui sépare le trou noir du reste de l'univers s'appelle l'**horizon des événements**.

C'est le champ gravitationnel, particulièrement intense, qui est responsable de ce comportement. Les trous noirs sont donc les plus compacts des objets compacts et on ne peut les décrire correctement qu'en utilisant la relativité générale.

**Théorème d'unicité** (B. Carter, S. Hawking, W. Israel): Un trou noir *en équilibre* est entièrement décrit par seulement deux paramètres: sa **masse  $M$**  et son **moment cinétique  $J$**   $\implies$  "un trou noir n'a pas de cheveux"

**Un trou noir hors d'équilibre "perd ses cheveux" par émission d'ondes gravitationnelles**

# Oscillations des trous noirs



## Trous noirs hors d'équilibre:

- trou noir nouvellement formé: cœur de supernova, coalescence d'un système binaire d'objets compacts
- trou noir excité par la chute de matière (étoile ou accrétion de plasma (microquasars))

Désexcitation par émission d'ondes gravitationnelles sous forme de **modes quasi-normaux**.

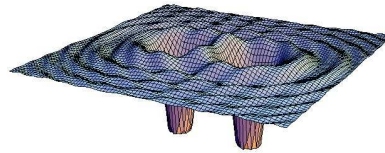
La détection de ces ondes gravitationnelles permet la mesure directe de la masse  $M$  et du moment cinétique  $J$  du trou noir.

$$M = 10 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 1.2 \text{ kHz} & (\text{VIRGO}) \\ \tau = 0.55 \text{ ms} \end{cases}$$

$$M = 10^6 M_{\odot} \Rightarrow \begin{cases} f = 12 \text{ mHz} & (\text{LISA}) \\ \tau = 55 \text{ s} \end{cases}$$

[Kokkotas & Schmidt, LRR 2, 2 (1999)]

# Coalescence d'un système binaire de trous noirs



**Intérêt pour la détection:** la source principale attendue pour VIRGO et LIGO

**Intérêt théorique:**

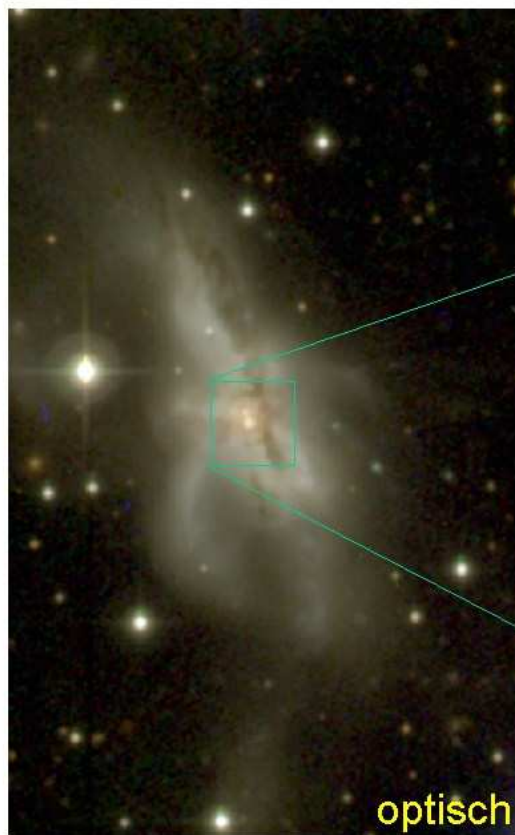
- trou noir binaire : le problème à deux corps par excellence de la Relativité Générale
- test de la Relativité Générale dans un régime dynamique et en champ fort

**Intérêt astrophysique:**

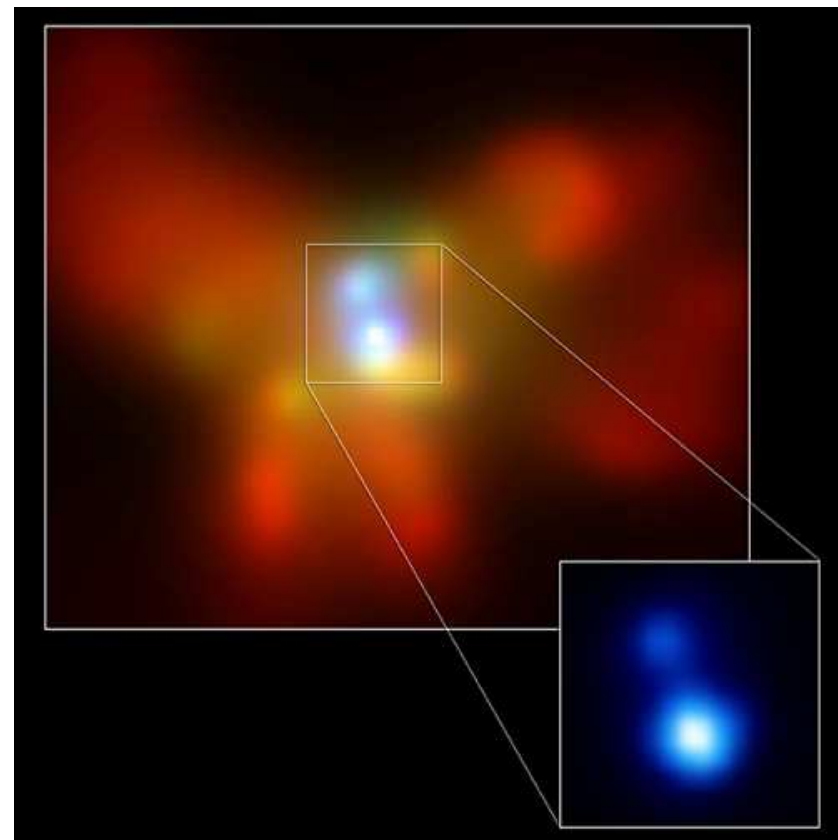
- taux de coalescences  $\implies$  évolution des étoiles massives
- signal gravitationnel de la phase spirale  $\implies$  mesure de la constante de Hubble  $H_0$
- observations des trous noirs supermassifs à grand  $z$   $\implies$  formation des galaxies

# Systemes binaires de trous noirs dans l'Univers

## Noyau double de la galaxie NGC 6240



optique

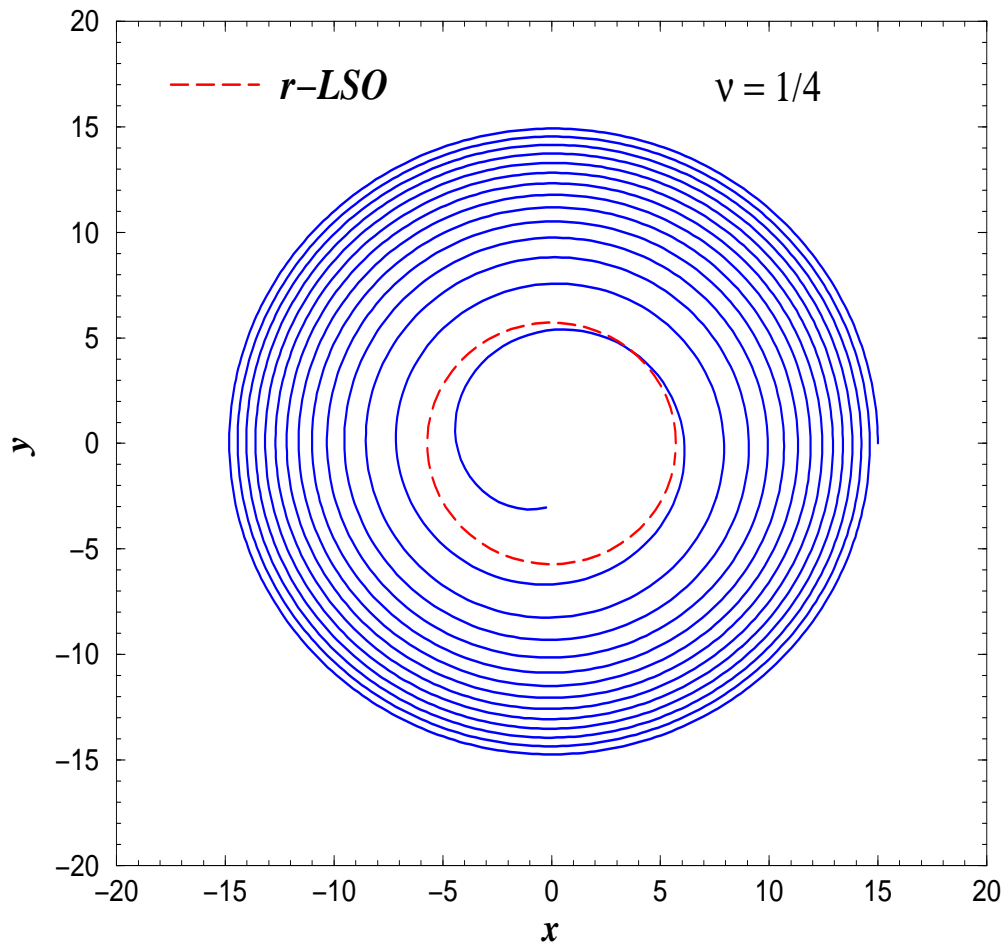


X (satellite Chandra)

[Komossa et al., ApJ **582**, L15 (2003)]



## Évolution d'un système binaire de trous noirs



Orbite en spirale entrante

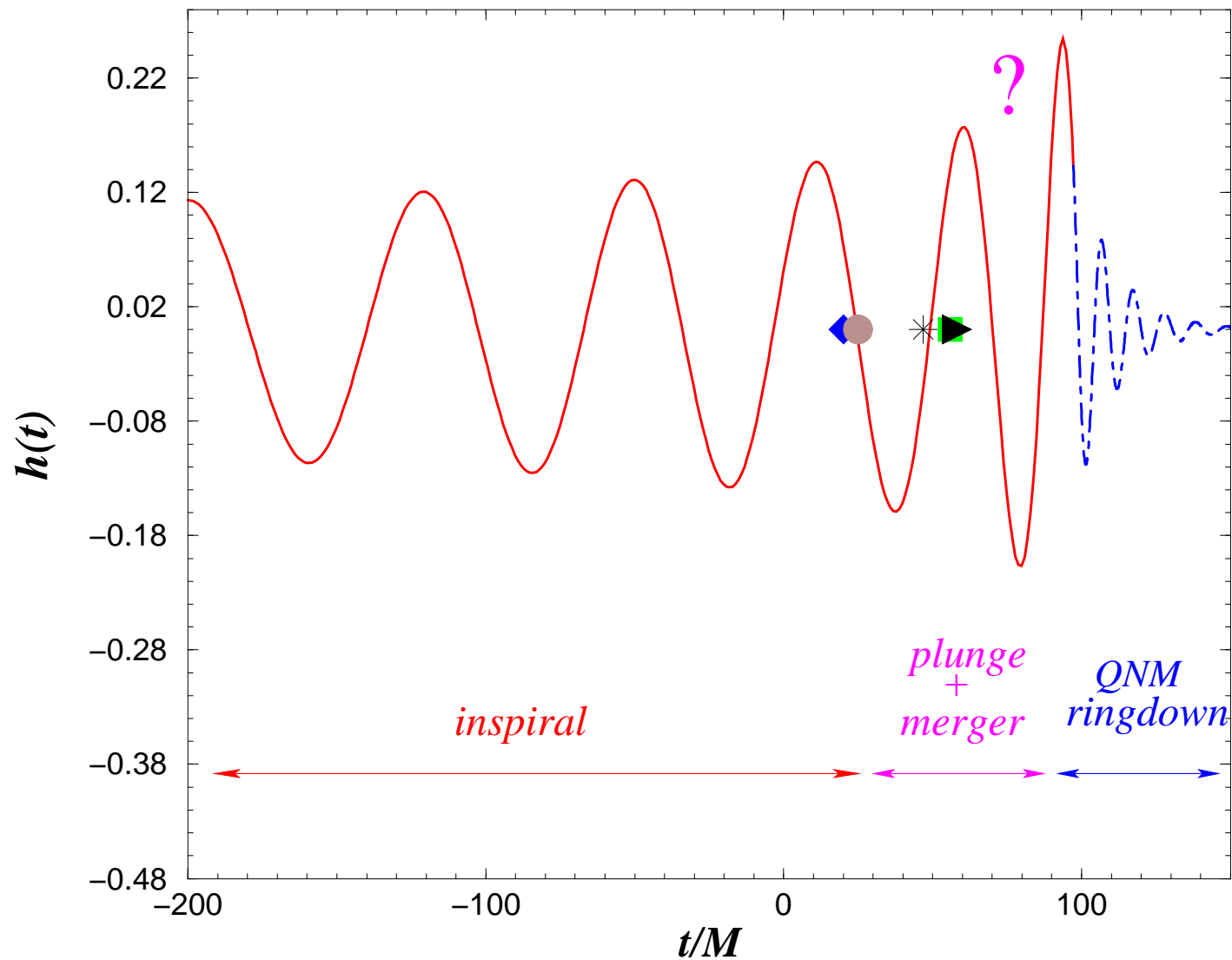
[Buonanno & Damour, PRD **62**, 064015 (2000)]

Contrairement au cas newtonien, il n'existe pas de solution stationnaire pour le problème à deux corps relativiste: la perte d'énergie et de moment cinétique par l'émission d'ondes gravitationnelles entraîne le rétrécissement des orbites

Un autre effet de l'émission d'ondes gravitationnelles:

**circularisation des orbites:  $e \rightarrow 0$**

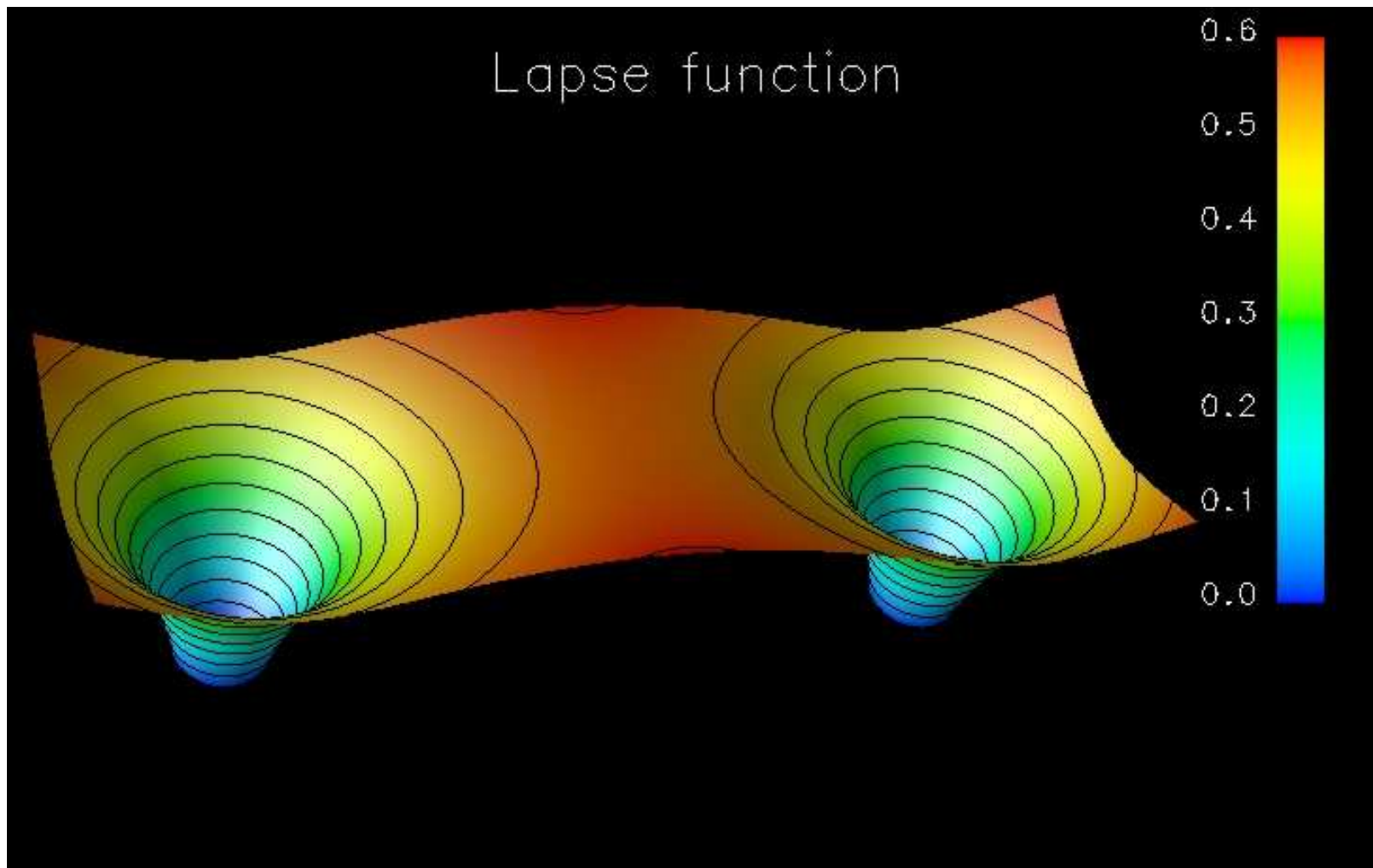
# Ondes gravitationnelles émises



[adapté de Buonanno & Damour, PRD **62**, 064015 (2000)]

## Trou noir binaire à la dernière orbite stable

Résolution numérique des équations d'Einstein (relativité numérique)

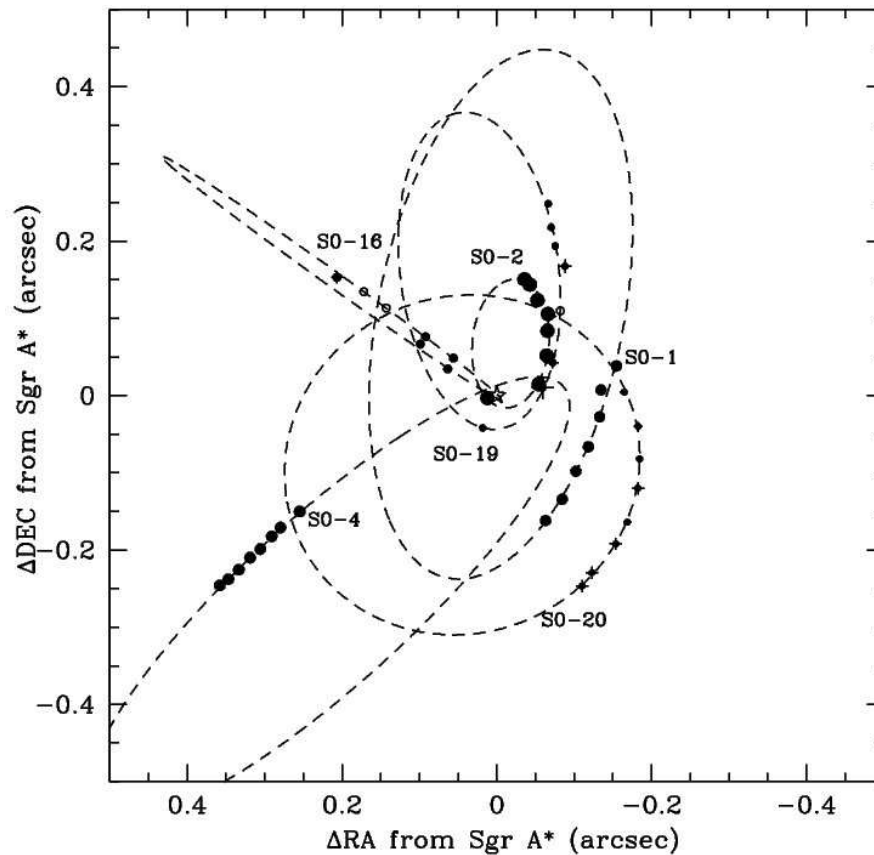


[Grandclément, Gourgoulhon, Bonazzola, PRD **65**, 044021 (2002)]

# Taux de détection de coalescences de trous noirs binaires

- **Trous noirs stellaires** ( $2 \times 10 M_{\odot}$ ):
  - ★ **Première génération de détecteurs (LIGO, VIRGO):**
    - \* distance maximale de détectabilité:  $d_{\max} \simeq 100$  Mpc
    - \* taux de détection:  $\sim 1$  par an
  - ★ **Seconde génération:**
    - \* distance maximale de détectabilité:  $d_{\max} \simeq 1$  Gpc
    - \* taux de détection:  $\sim 1$  par jour
- **Trous noirs supermassifs** ( $2 \times 10^6 M_{\odot}$ ):
  - ★ **LISA:**
    - \* distance maximale de détectabilité:  $d_{\max} >$  rayon de Hubble
    - \* taux de détection:  $\sim 1$  à 1000 par an

## Capture d'une étoile par un trou noir supermassif



Orbites d'étoiles autour de Sgr A\*

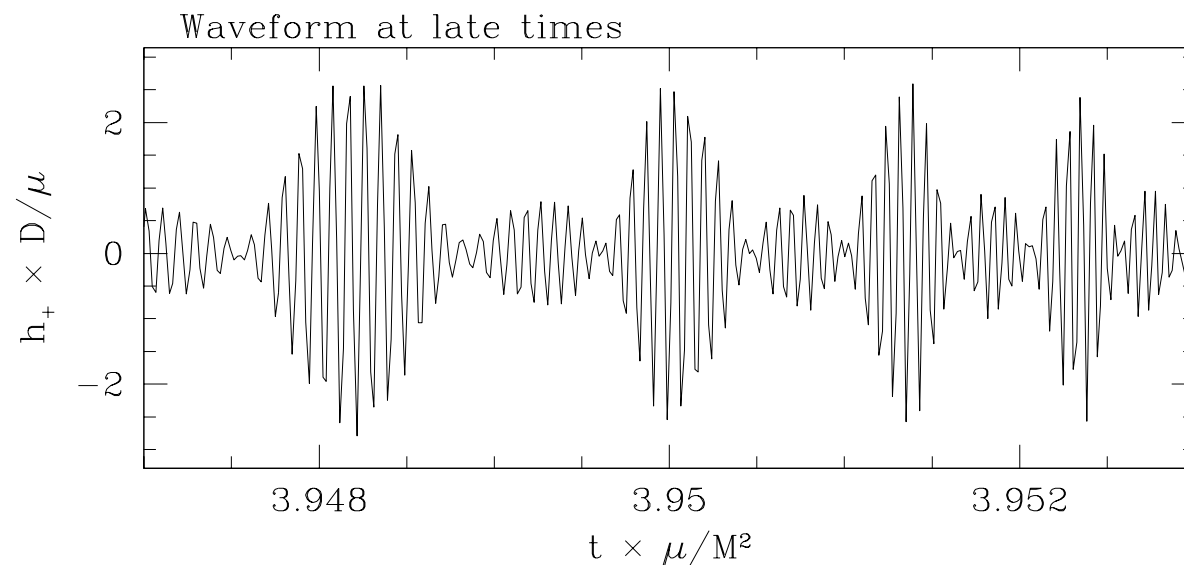
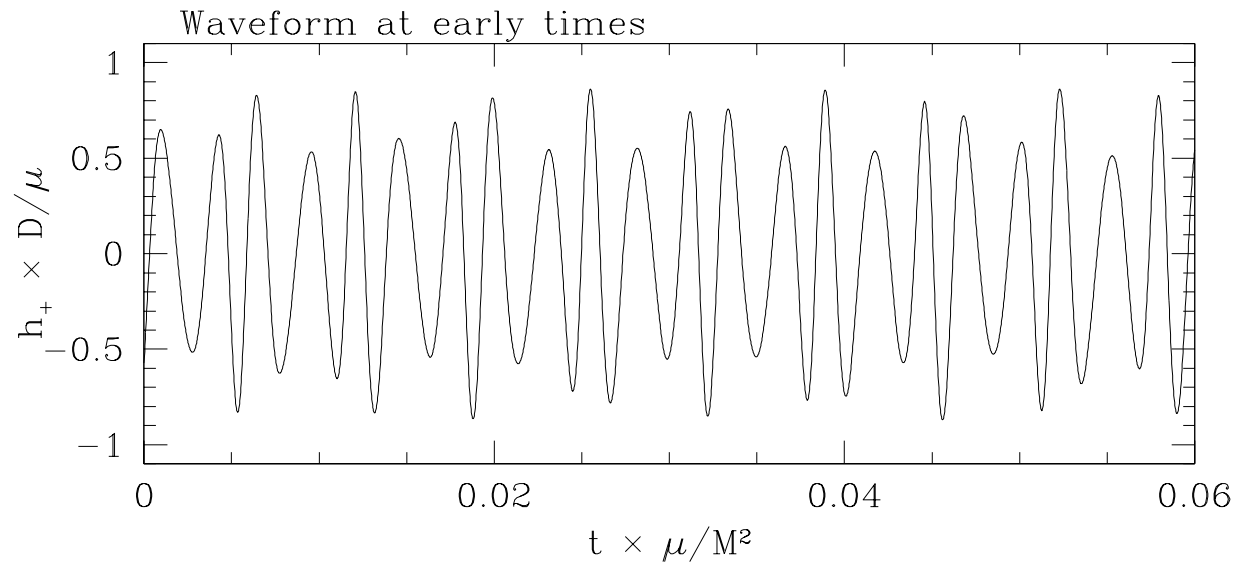
[Ghez (2004)]

Capture d'un **objet compact** de masse stellaire (étoile à neutrons ou trou noir) par un **trou noir supermassif** au cœur d'une galaxie.

L'orbite se rétrécit en réaction à l'émission d'ondes gravitationnelles, jusqu'à atteindre la **dernière orbite stable**  $\implies$  plongeon et absorption par le trou noir central.

Les ondes gravitationnelles émises sont dans la bande de fréquence de **LISA**.

## Ondes gravitationnelles émises



Mode  $h_+$  des ondes gravitationnelles émises lors de la spirale d'un objet compact autour d'un trou noir supermassif en rotation rapide ( $J = 0.998 M^2$ )

[Hughes, PRD **64**, 064004 (2001)]

## Preuve définitive de l'existence des trous noirs

Chute en spirale d'un trou noir stellaire  $m = 5 M_{\odot}$  dans un trou noir supermassif en rotation rapide  $M = 10^6 M_{\odot}$ :

- Temps écoulé entre le rayon orbital  $r = 8M$  et la dernière orbite stable:  $\sim 1$  an
- Nombre de cycles dans l'onde gravitationnelle:  $10^5$
- Bande de fréquences balayée par le signal gravitationnel:  $3 \text{ mHz} \leq f \leq 30 \text{ mHz}$
- Distance maximale de détectabilité par **LISA** (rapport signal sur bruit  $> 10$ ):  
 $\sim 1$  Gpc

Mesure d'un grand nombre de cycles  $\Rightarrow$  **cartographie détaillée de l'espace-temps autour de l'objet central**

Comparaison avec l'espace-temps d'un trou noir en rotation (Kerr)  $\Rightarrow$  **preuve irréfutable de l'existence de trous noirs dans notre univers**

**Taux de détection** attendu pour LISA: 1 à 10 par an jusqu'à 1 Gpc.

## Conclusions

- Les ondes gravitationnelles sont très différentes des ondes électromagnétiques (photons); ce sont des **ondes de la structure-même de l'espace-temps**, engendrées par les mouvements de masse-énergie.
- Elles sont émises essentiellement par les objets les plus relativistes de l'Univers (**objets compacts**): trous noirs, étoiles à neutrons.
- Contrairement aux ondes électromagnétiques, **elles interagissent très peu avec la matière**:
  - ★ *avantages*: elles peuvent nous parvenir de régions très denses, opaques aux photons et aux neutrinos, comme les **cœurs de supernovæ**, et voyagent dans le milieu interstellaire sans absorption;
  - ★ *inconvénient*: elles sont difficiles à détecter !
- On a acquis **la preuve de leur existence** dans l'Univers (**pulsar binaire**), mais on ne les a pas encore détectées sur Terre.
- Des détecteurs interférométriques (GEO600, LIGO, TAMA et VIRGO) sont actuellement en phase de test et calibration; ils devraient conduire aux premières détections d'ici deux ou trois ans, ouvrant l'ère de **l'astronomie gravitationnelle**.