

# L'espace-temps relativiste et les ondes gravitationnelles

Éric Gourgoulhon

Laboratoire Univers et Théories (LUTH)  
CNRS / Observatoire de Paris / Université Paris Diderot  
Paris Sciences et Lettres Research University  
92190 Meudon, France

<http://luth.obspm.fr/~luthier/gourgoulhon/>

**Les Soirées Scientifiques de l'Observatoire Midi-Pyrénées**  
Toulouse  
14 mars 2017

- 1 L'espace-temps
- 2 Les ondes gravitationnelles
- 3 L'événement GW150914
- 4 Conclusions

# Outline

- 1 L'espace-temps
- 2 Les ondes gravitationnelles
- 3 L'événement GW150914
- 4 Conclusions

# L'espace

Nous vivons dans un espace à *trois dimensions* :

- devant  $\leftrightarrow$  derrière,
- gauche  $\leftrightarrow$  droite,
- haut  $\leftrightarrow$  bas

$\implies$  3 nombres  $(x, y, z)$  (*coordonnées*) pour décrire la position d'un point dans l'espace.

# Le temps

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé  $\rightarrow$  futur

$\Rightarrow$  1 seul nombre  $t$  (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

# Le temps

Le temps ne possède qu'*une seule dimension* : passé  $\rightarrow$  futur

$\Rightarrow$  1 seul nombre  $t$  (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

Exemple : date basée sur le *jour julien* :

nombre de jours écoulés depuis le 1er janvier 4713 av. J.C. à 12 h 00

Date du début de cette conférence :

14 mars 2017, 20 h 00  $\Rightarrow t = 2\,457\,827,2917$  jours juliens

# Le temps

Le temps ne possède qu'une seule dimension : passé  $\rightarrow$  futur

$\Rightarrow$  1 seul nombre  $t$  (*date*) pour localiser un événement dans le temps.

Exemple : date basée sur le *jour julien* :

nombre de jours écoulés depuis le 1er janvier 4713 av. J.C. à 12 h 00

Date du début de cette conférence :

14 mars 2017, 20 h 00  $\Rightarrow t = 2\,457\,827,2917$  jours juliens

Pourquoi unifier l'espace et le temps ?

## Bien avant Einstein...

**d'Alembert (1754)** : article *dimension* de l'*Encyclopédie* :



*“J’ai dit plus haut qu’il n’étoit pas possible de concevoir plus de trois dimensions. Un homme d’esprit de ma connaissance croit qu’on pourroit cependant regarder la durée comme une quatrième dimension, et que le produit du tems par la solidité, seroit en quelque maniere un produit de quatre dimensions.”*

# Bien avant Einstein...

**d'Alembert (1754)** : article *dimension* de l'*Encyclopédie* :



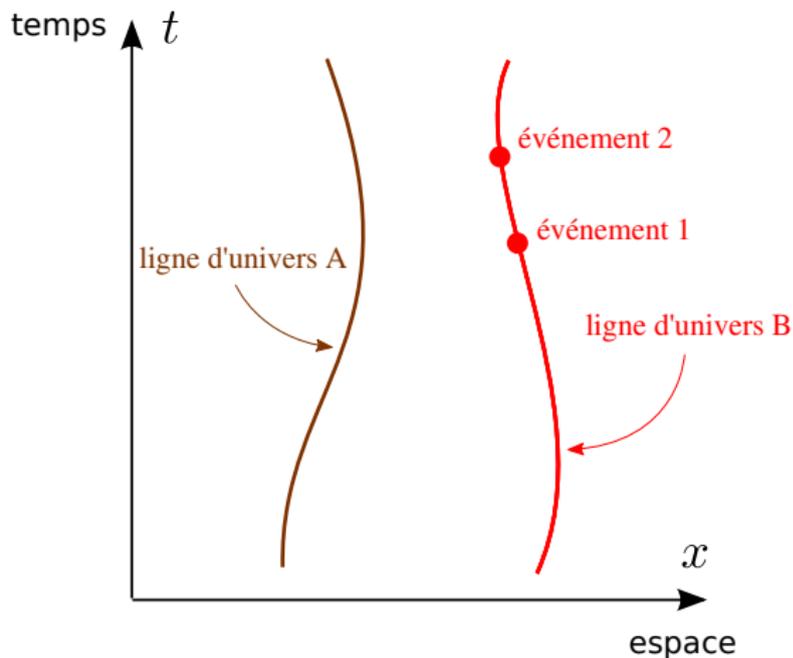
*“J’ai dit plus haut qu’il n’étoit pas possible de concevoir plus de trois dimensions. Un homme d’esprit de ma connaissance croit qu’on pourroit cependant regarder la durée comme une quatrième dimension, et que le produit du tems par la solidité, seroit en quelque maniere un produit de quatre dimensions.”*

**Lagrange (1797)** : *Traité des fonctions analytiques* :



*“Ainsi on peut regarder la mécanique comme une géométrie à quatre dimensions, et l’analyse mécanique comme une extension de l’analyse géométrique.”*

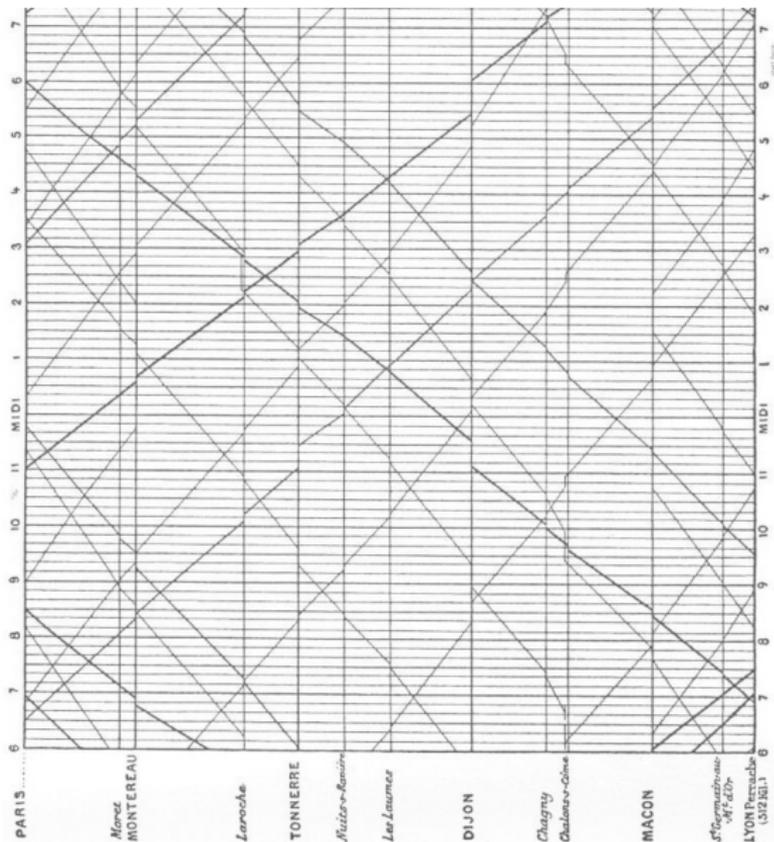
# Union mathématique de l'espace et du temps



## Diagramme d'espace-temps

- Dans l'espace :  
→ une particule est représentée par un **point**
- Dans l'espace-temps :  
→ une particule est représentée par une **ligne continue**, appelée **ligne d'univers**  
→ un **événement** correspond à un **point**

# Un diagramme d'espace-temps de 1878 !

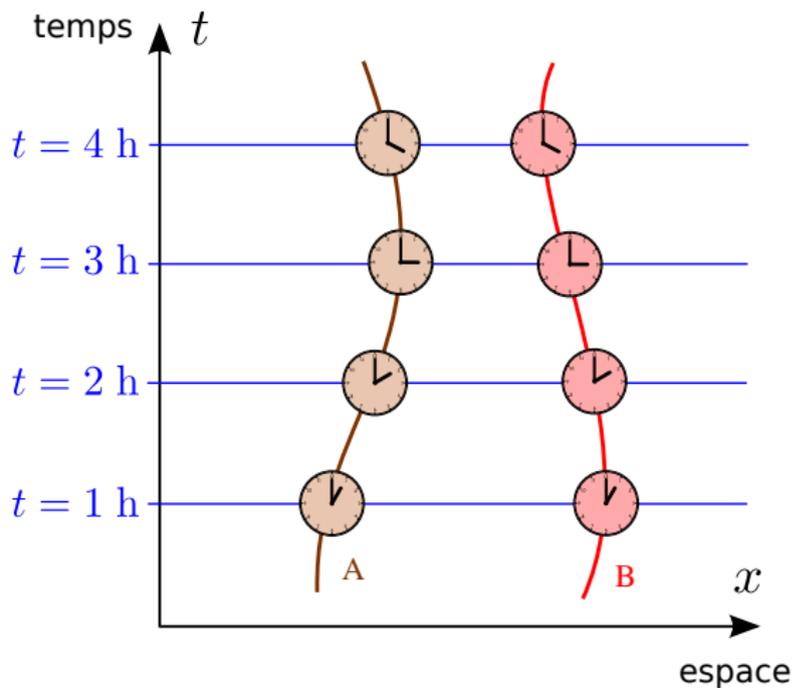


## Lignes d'univers des trains Paris-Lyon

Étienne Jules Marey  
(1830-1904) : *La Méthode  
graphique dans les sciences  
expérimentales* (1878)  
"d'après la méthode de M. Ibry"

La **pen**te est proportionnelle à  
l'inverse de la **vit**esse

## L'espace-temps newtonien



L'espace-temps newtonien est doté d'une structure universelle :

temps absolu  $t$

*"Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle durée."*



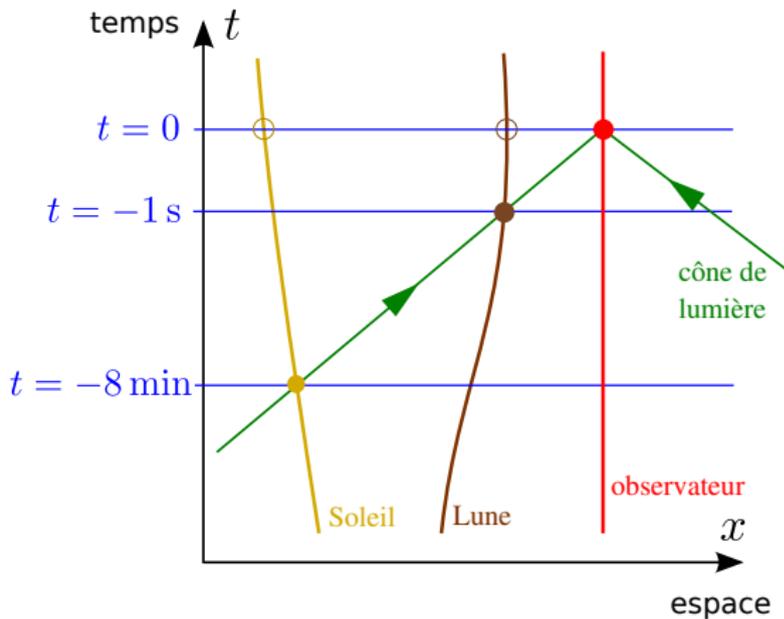
Isaac Newton,  
*Principia Mathematica*  
(1687)

Tous les observateurs mesurent le même temps

Description mathématique :

$$\mathcal{E} = \mathbb{R}^4 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$$

## Mélanger le temps et l'espace a-t-il un sens physique ?



Percevons-nous l'espace absolu au temps  $t = 0$  ?

Non : nous ne voyons que le **cône de lumière passé**

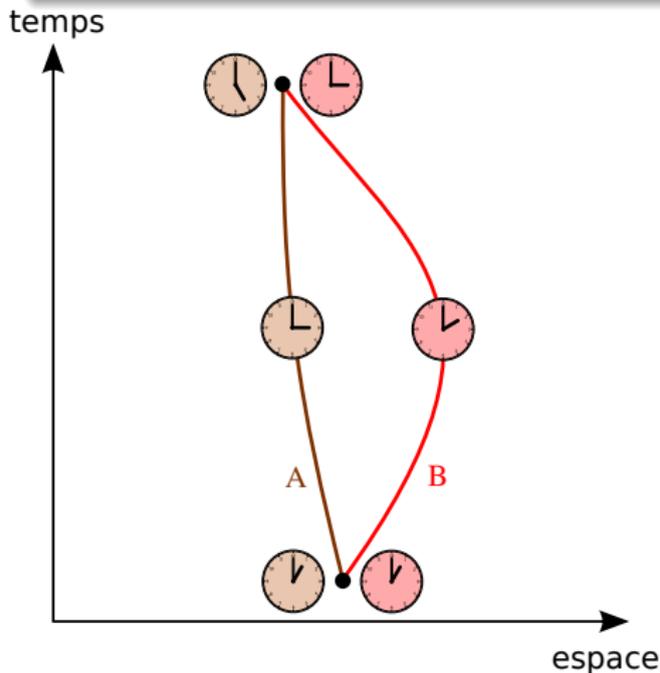
Ainsi, même dans le cadre newtonien, en admettant une vitesse finie de propagation de la lumière, **nous ne percevons pas l'espace indépendamment du temps.**

## 1905 : une révolution en physique !

## Relativité restreinte (Albert Einstein)

**Il n'y a pas de temps absolu.**

Chaque observateur mesure son **temps propre**.



Deux observateurs en mouvement relatif ne s'accordent pas forcément sur le temps propre écoulé entre deux événements.

relativité du temps

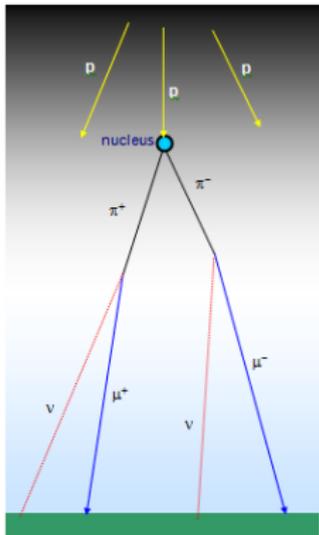
⇒ paradoxe des jumeaux (voyageur de Langevin)

# Preuve expérimentale de la relativité du temps

Pourquoi n'avait-on jamais perçu la multiplicité des temps propres ?

C'est parce que dans la vie quotidienne, les vitesses entre les différents observateurs sont faibles devant la vitesse de la lumière :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$



## Mesure de la durée de vie des muons

Muons ( $\mu^-$ ) produits dans les hautes couches de l'atmosphère par l'interaction des rayons cosmiques sur les atomes d'azote et d'oxygène

Durée de vie moyenne d'un muon au repos :  $\tau_0 = 2,2 \mu\text{s}$

Distance moyenne parcourue  $d = c\tau_0 \simeq 600\text{m}$

$\Rightarrow$  aucun muon ne devrait atteindre le sol

Frisch & Schmidt (1963) :  $\tau_{\text{obs}} \simeq 8\tau_0$  ( $V = 0.995 c$ )

source : Keith Gibbs

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori

# L'espace-temps relativiste

- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*

# L'espace-temps relativiste

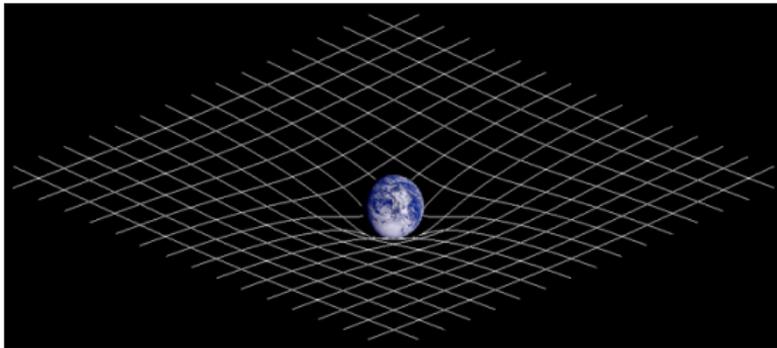
- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste

# L'espace-temps relativiste

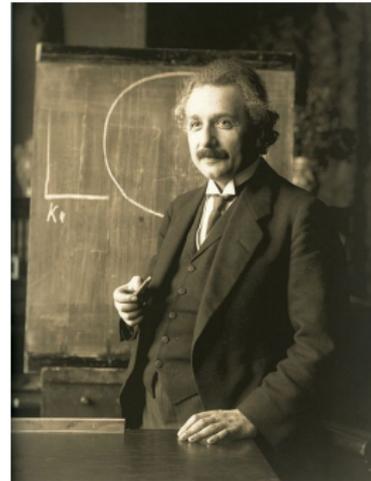
- 1898 : Henri Poincaré fait remarquer la notion de **simultanéité** de deux événements n'est pas donnée a priori
- 1905 : Albert Einstein élabore la **relativité restreinte** pour décrire *"l'électrodynamique des corps en mouvements"*
- 1905 : Henri Poincaré introduit des concepts **quadridimensionnels** pour la cinématique relativiste
- 1908 : Hermann Minkowski développe le concept d'**espace-temps** : *"L'espace indépendant du temps, le temps indépendant de l'espace ne sont plus que des ombres vaines ; une sorte d'union des deux doit seule subsister encore."*

# L'espace-temps relativiste

- 1915 : Albert Einstein incorpore la gravitation dans la relativité, en construisant la **relativité générale** sur le concept d'espace-temps courbe

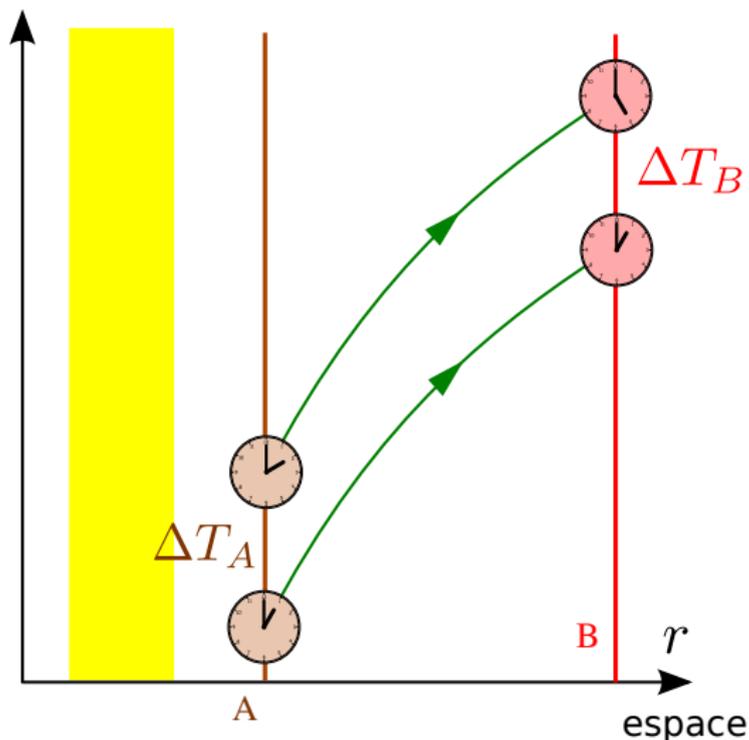


La relativité générale décrit la gravitation comme la **courbure de l'espace-temps**



## Dilatation des temps gravitationnelle

temps



Dilatation apparente des temps  
au voisinage d'un corps massif

Si  $B$  est loin :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_A}}$$

pour des corps peu relativistes  
(Terre, Soleil) :

$$\frac{\Delta T_A}{\Delta T_B} \simeq 1 - \frac{GM}{c^2 r_A}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$c = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. neutrons	trou noir
$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^{10}$	$10^{17}$	0
$c$	$10^{-39}$	$10^{-10}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	0.2	0.5

# Le paramètre de relativité : la compacité

**Compacité** d'un corps de masse  $M$  et de rayon  $R$  :

$$C = \frac{GM}{c^2 R} = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{\text{lib}}}{c} \right)^2$$

$V_{\text{lib}}$  : vitesse de libération à la surface de l'objet

NB : compacité  $\neq$  densité  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

	proton	Terre	Soleil	naine blanche	ét. neutrons	trou noir
$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$2 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^3$	$10^3$	$10^{10}$	$10^{17}$	0
$C$	$10^{-39}$	$10^{-10}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$	0.2	0.5

Critère "d'emprisonnement" de la lumière :  $V_{\text{lib}} > c \iff C > 1/2$

Ce n'est pas parce qu'il est dense qu'un objet est relativiste, mais parce qu'il est **compact**.

# La gravitation a-t-elle une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...

# La gravitation a-t-elle une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

# La gravitation a-t-elle une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

**C'est la relativité générale qui a raison !**

# La gravitation a-t-elle une influence sur le temps ?

La théorie newtonienne dit *non*, la relativité générale dit *oui*...



## Expérience de Hafele et Keating (1971)

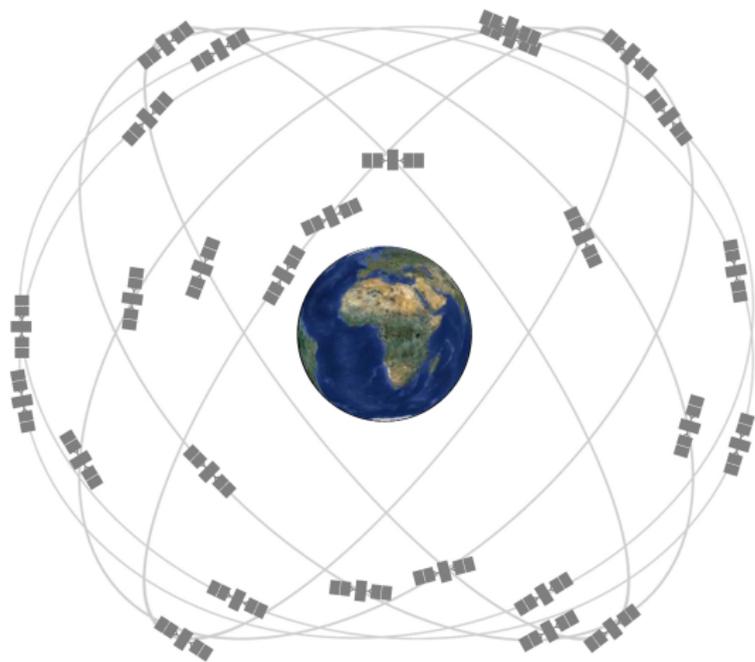
Dans le champ gravitationnel de la Terre :

Une horloge atomique à 9 km d'altitude (avion) pendant 48 h a vieilli de 0,15 microseconde de plus qu'une horloge atomique identique restée au sol.

**C'est la relativité générale qui a raison !**

Aujourd'hui le décalage temporel gravitationnel est mesuré en laboratoire à l'aide d'**horloges atomiques optiques** pour des différences d'altitude aussi petites que 30 cm !

# Le GPS doit tenir compte de la distorsion temporelle !



[gps.gov]

Altitude  $h = 2 \times 10^4$  km

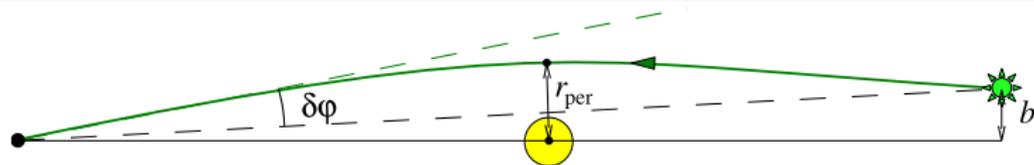
Relat. gen.  $\Rightarrow \delta t/t = 5 \times 10^{-10}$

En un jour, la dérive atteint

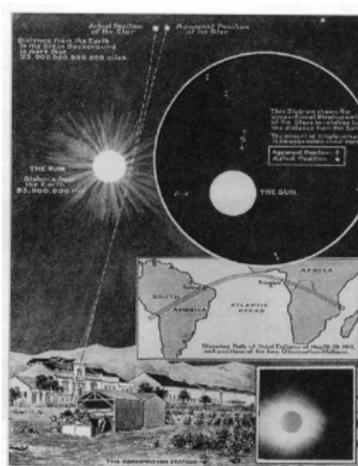
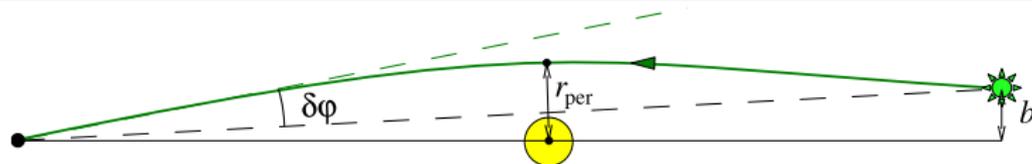
$\delta t = 46 \mu s$

ce qui correspondrait à une  
erreur de positionnement de  
28 km si aucune correction  
n'était appliquée !

# Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



# Un autre effet de la gravitation : la déviation des rayons lumineux



Éclipse de Soleil de 1919  
(observée par A. Eddington)

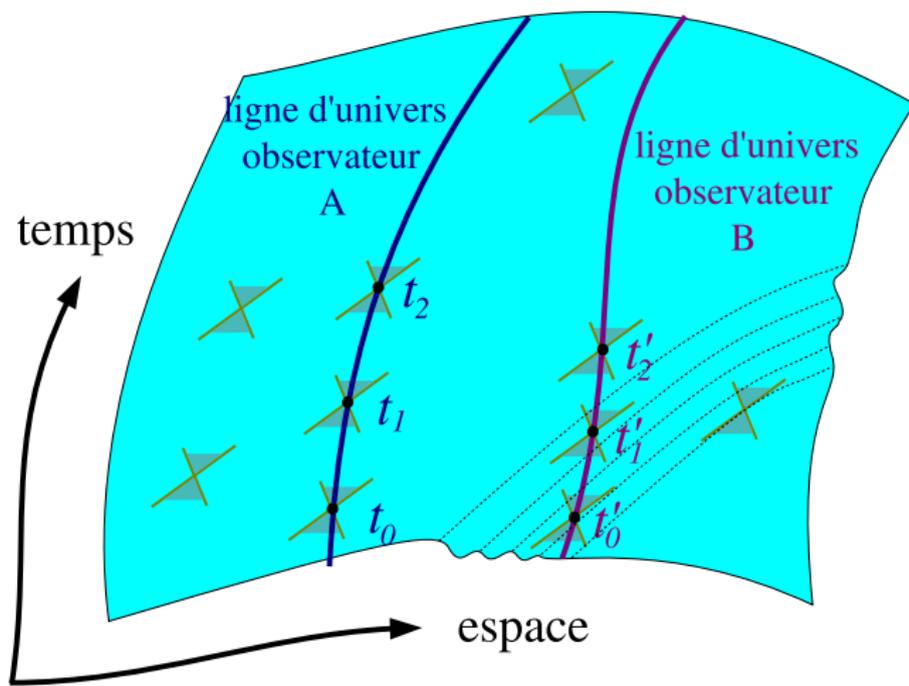


# Outline

- 1 L'espace-temps
- 2 Les ondes gravitationnelles
- 3 L'événement GW150914
- 4 Conclusions

# Les ondes gravitationnelles

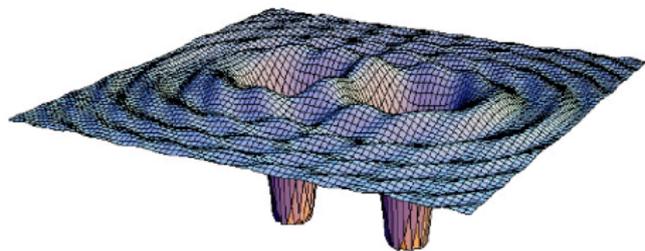
Des petites oscillations dans la courbure...



# Les ondes gravitationnelles

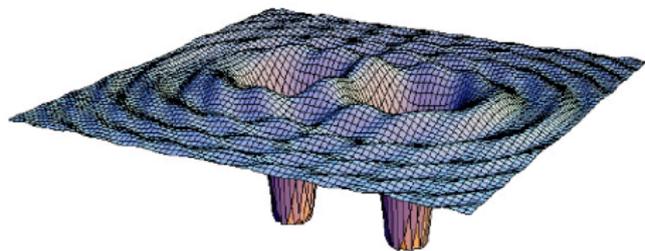
## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps



Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

# Les ondes gravitationnelles

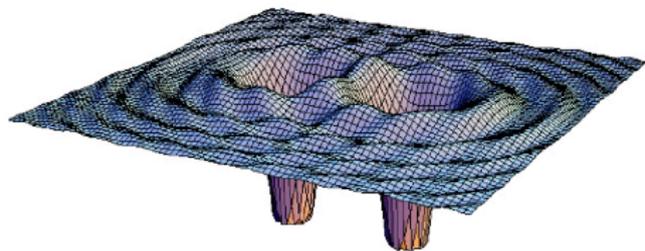


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière

# Les ondes gravitationnelles

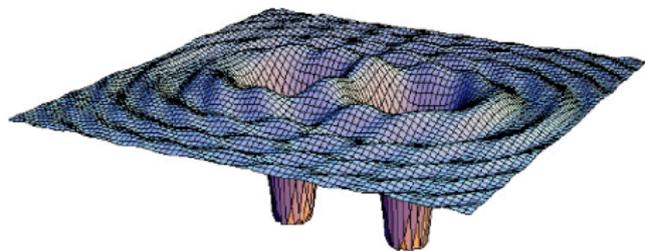


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière

# Les ondes gravitationnelles

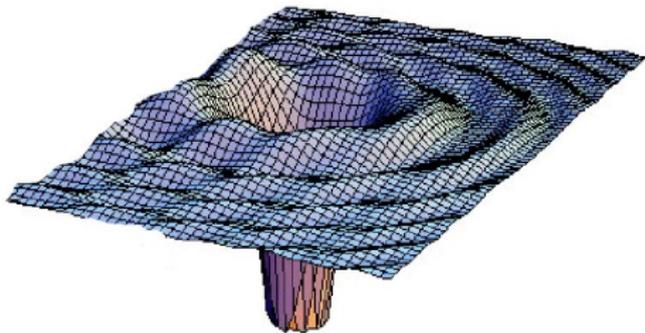


Section spatiale à deux dimensions d'un espace-temps engendré par un système binaire de trous noirs

## Les **ondes gravitationnelles**

- traduisent la **dynamique** de l'espace-temps
- sont engendrées par l'accélération de la matière
- loin des sources, se propagent à la vitesse de la lumière
- se distinguent des **ondes électromagnétiques** (ondes radio, IR, optique, UV, X et gamma), qui sont des perturbations du champ électromagnétique se propageant *dans* l'espace-temps : les **ondes gravitationnelles** sont des ondes de l'espace-temps *lui-même*

# Les ondes gravitationnelles pour “voir” les trous noirs



Lien intime entre les trous noirs et les ondes gravitationnelles :

Les trous noirs et les ondes gravitationnelles sont tous deux des **distorsions de l'espace-temps** :

- distorsions extrêmes (trous noirs)
- distorsions minimales (ondes gravitationnelles)

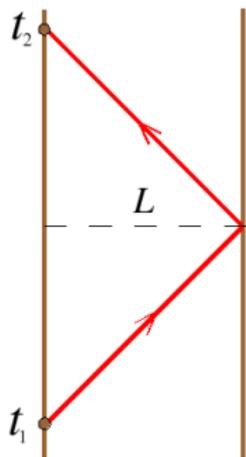
En particulier, trous noirs et ondes gravitationnelles sont tous deux des **solutions du vide** des équations de la Relativité Générale (équations d'Einstein)

## Effets du passage d'une onde gravitationnelle (1)



Mesure la distance  $L$  entre deux masses libres par la méthode "radar" :

$$L = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1)$$



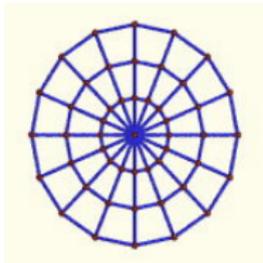
Variation de la longueur  $L$  au passage d'une onde gravitationnelle :

$$\delta L \simeq h L$$

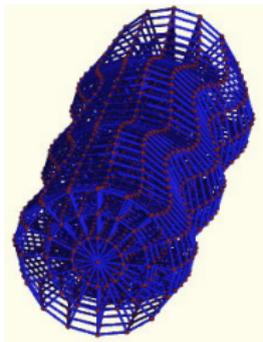
$h$  = amplitude de l'onde gravitationnelle

En pratique  $h$  est si petit que nos sens n'y sont pas sensibles :  
pour les principales **sources astrophysiques** :  $h \sim 10^{-21}$  !!!

## Effets du passage d'une onde gravitationnelle (2)



← déplacement de particules tests dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde



← propagation de l'onde

[<http://www.einstein-online.info/>]

# Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIXème siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

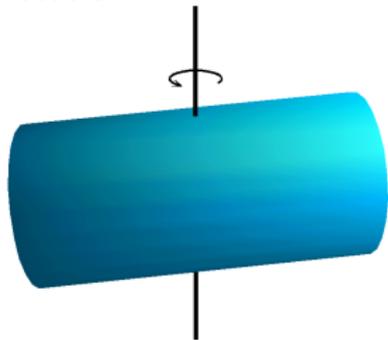
# Génération d'ondes gravitationnelles en laboratoire

Au XIXème siècle, Hertz a démontré l'existence des ondes électromagnétiques en les produisant dans son laboratoire.

Peut-on faire la même chose pour les ondes gravitationnelles ?

- ondes électromagnétiques : produites par l'accélération des *charges électriques*
- ondes gravitationnelles : produites par l'accélération des *masses*

Un moyen simple d'accélérer une masse de manière constante : la mettre *en rotation* :



Cylindre d'acier : diamètre = 1 m, longueur = 20 m, masse = 490 t, tournant à 28 rad/s (limite de rupture)

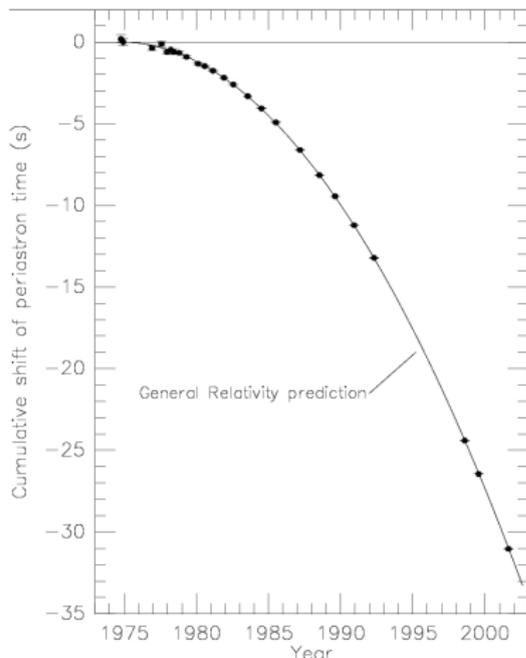
⇒ énergie émise sous forme d'ondes gravitationnelles par unité de temps :

$$2 \times 10^{-29} \text{ W} !$$

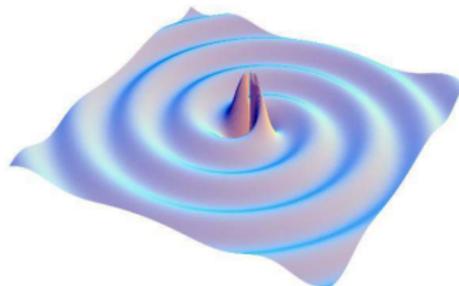
⇒ **Aucun espoir de détection !**

# Les ondes gravitationnelles existent !

Émission d'ondes gravitationnelles par le système binaire d'étoiles à neutrons PSR B1913+16 (*pulsar binaire*)



[Weisber & Taylor (2002)]



← Décroissance observée de la période orbitale  $P = 7\text{ h }45\text{ min}$  du pulsar binaire PSR B1913+16 sous l'effet de la *réaction au rayonnement gravitationnel*

⇒ coalescence dans 140 millions d'années.

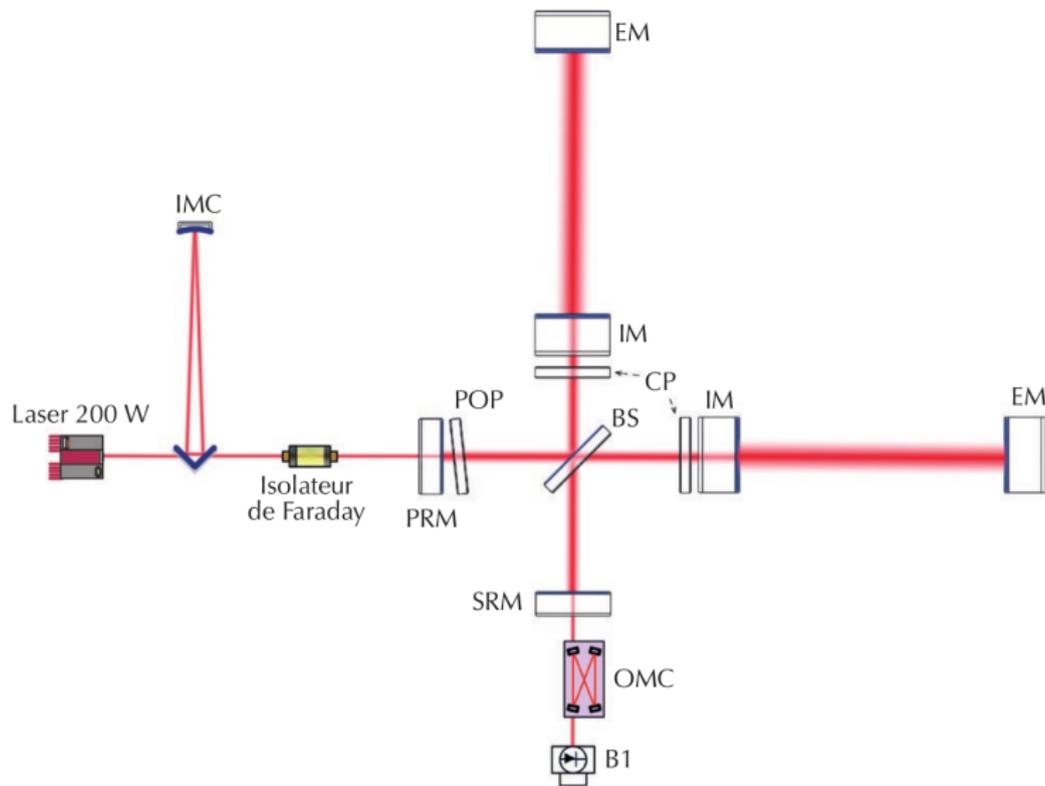
**Prix Nobel de Physique 1993**  
à R. Hulse & J. Taylor

# Détection des ondes gravitationnelles sur Terre



Détecteur interférométrique **VIRGO** sur le site de Cascina, près de Pise [CNRS/INFN]

## Schéma optique de l'interféromètre VIRGO



[N. Arnaud (2017)]

# Interféromètres LIGO

## Hanford (H1=4km, H2=2km)

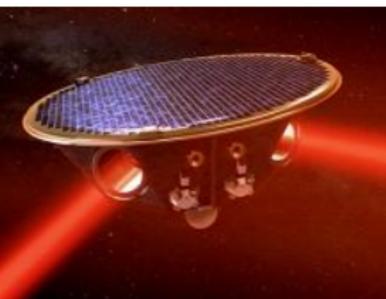


## Livingston (L1=4km)



# Projet spatial LISA (ESA)

Détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles dans l'espace



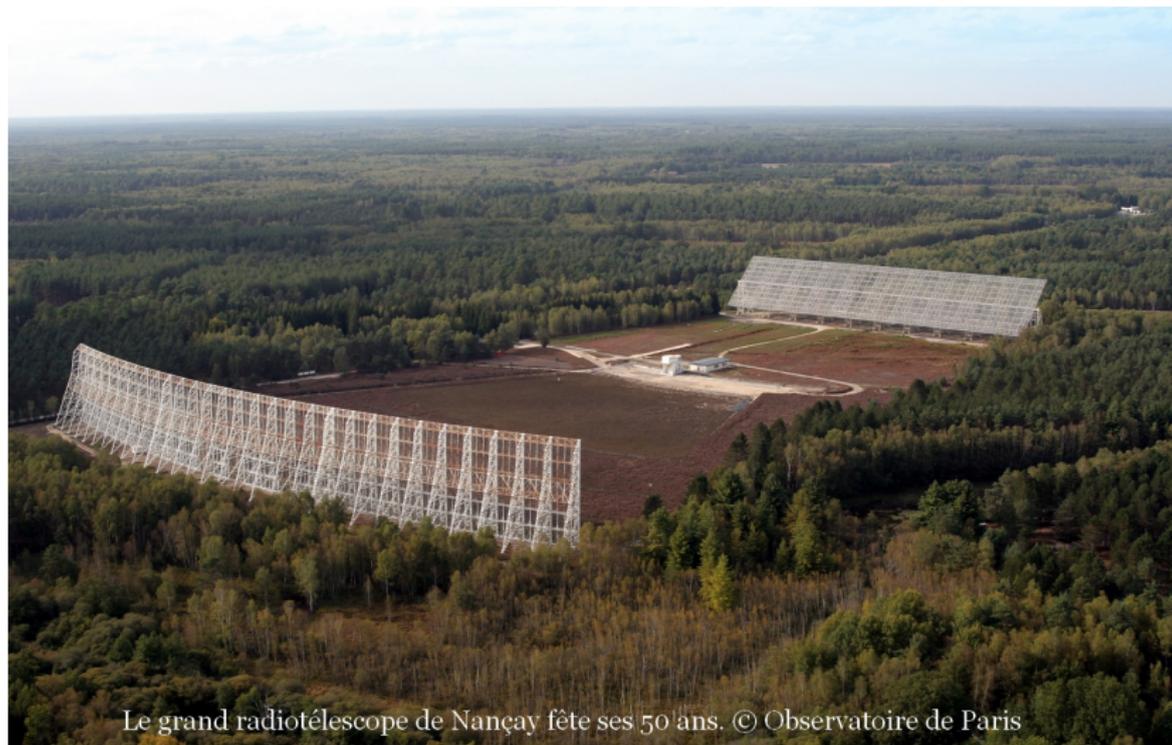
[eLISA / NGO]

- sélectionné par l'ESA en 2013 (mission L3<sup>a</sup>)
- lancement vers 2034
- démonstrateur technologique **LISA Pathfinder** lancé le 3 décembre 2015 ; résultats annoncés en juin 2016 : **succès !**

a. mission L2 : Athena  $\implies$  également les trous noirs comme objectif !

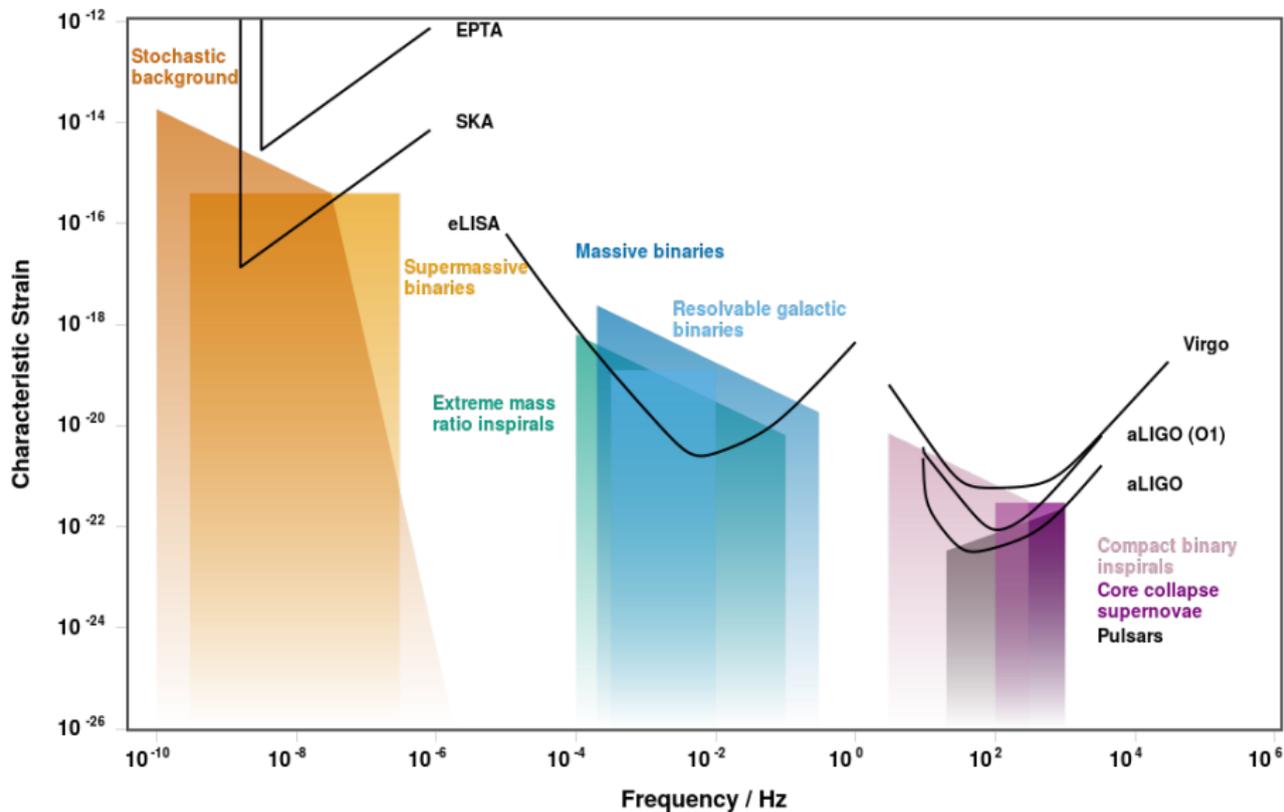


# Détecter les ondes gravitationnelles par le chronométrage des pulsars



Le grand radiotélescope de Nançay fête ses 50 ans. © Observatoire de Paris

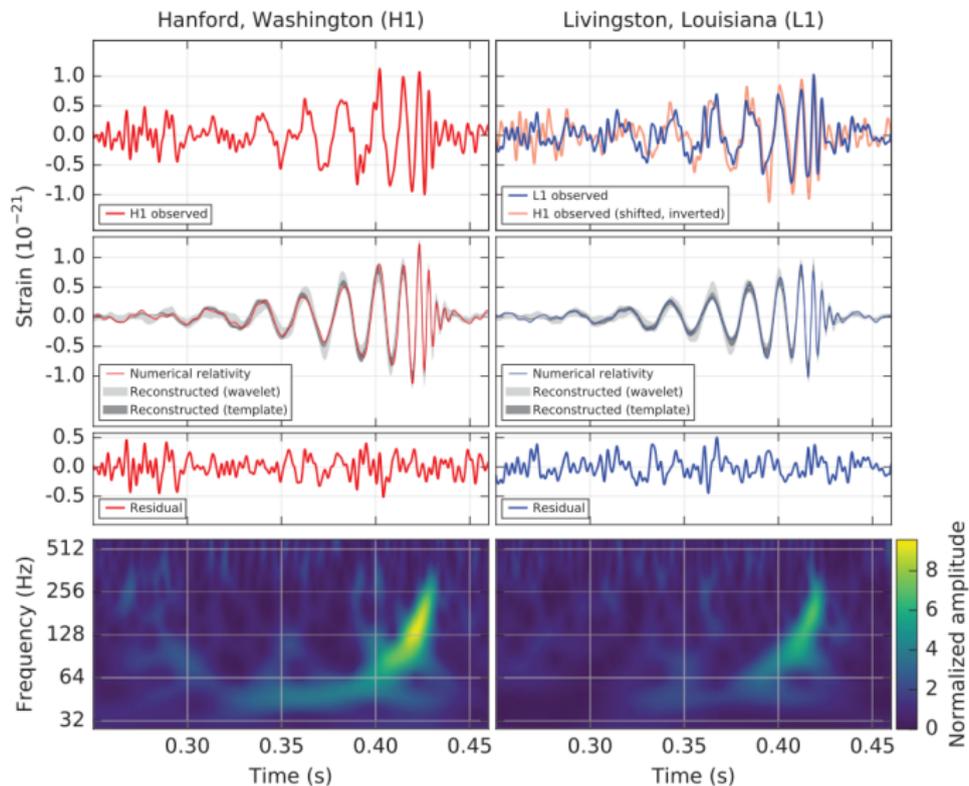
## Astronomie gravitationnelle multi-bande



# Outline

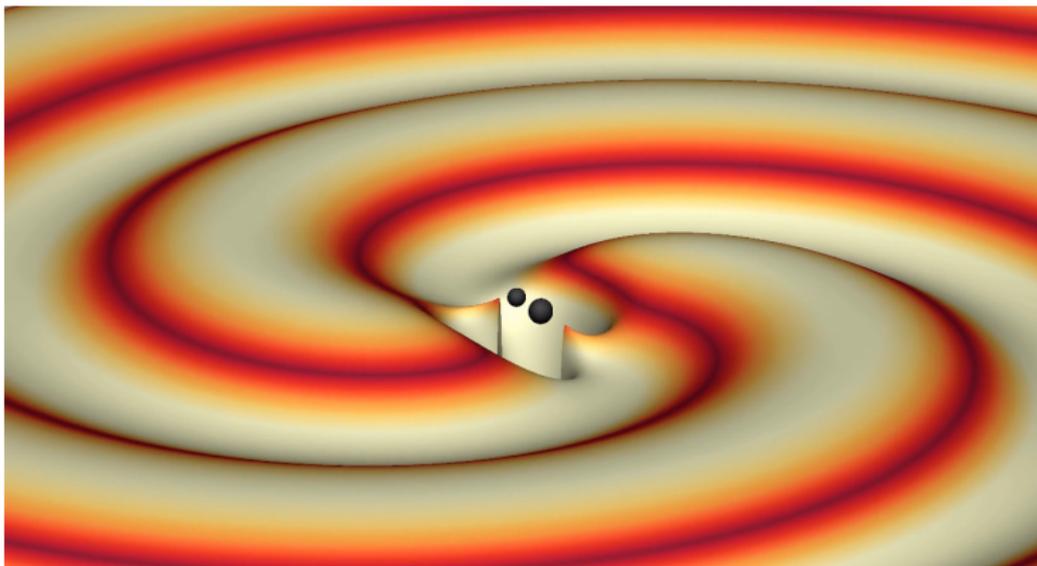
- 1 L'espace-temps
- 2 Les ondes gravitationnelles
- 3 L'événement GW150914**
- 4 Conclusions

14 septembre 2015, 09 h 50 min 45 s UTC



[Abbott et al., PRL 116, 061102 (2016)]

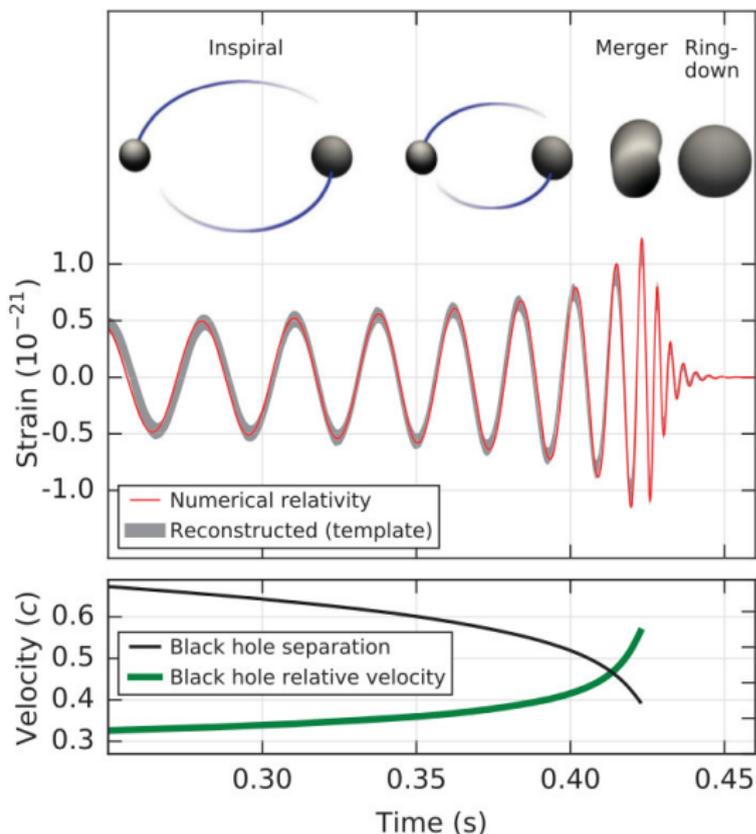
# L'événement GW150914



Simulation numérique réalisée en résolvant les équations d'Einstein par ordinateur

[SXS Project]

## L'événement GW150914



Signal :

$$\Delta t = 0.2 \text{ s}$$

$$f : 35 \rightarrow 250 \text{ Hz}$$

$$h_{\max} = 1.0 \cdot 10^{-21}$$

Filtre adapté :

$$S/N = 24$$

$$F_{f.\text{al.}} = 1/203,000 \text{ yr}$$

$$M_1 = 36 \pm 5 M_{\odot}$$

$$M_2 = 29 \pm 4 M_{\odot}$$

$$d = 410 \pm 180 \text{ Mpc}$$

$$z = 0.09 \pm 0.04$$

$$M_{\text{final}} = 62 \pm 4 M_{\odot}$$

$$\Rightarrow E_{\text{rad}}^{\text{GW}} = 3.0 \pm 0.5 M_{\odot} c^2$$

$$a_1 < 0.7, a_2 < 0.9$$

$$a_{\text{final}} = 0.67 \pm 0.07$$

[Abbott et al., PRL 116, 061102

(2016)]

# Outline

- 1 L'espace-temps
- 2 Les ondes gravitationnelles
- 3 L'événement GW150914
- 4 Conclusions

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**
- Elles ouvrent une nouvelle fenêtre sur l'Univers car elles constituent un **nouveau vecteur d'information**, aux côtés des

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**
- Elles ouvrent une nouvelle fenêtre sur l'Univers car elles constituent un **nouveau vecteur d'information**, aux côtés des
  - ondes électromagnétiques (photons radio, IR, visible, UV, X, gamma)

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**
- Elles ouvrent une nouvelle fenêtre sur l'Univers car elles constituent un **nouveau vecteur d'information**, aux côtés des
  - ondes électromagnétiques (photons radio, IR, visible, UV, X, gamma)
  - rayons cosmiques (protons, électrons, noyaux)

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**
- Elles ouvrent une nouvelle fenêtre sur l'Univers car elles constituent un **nouveau vecteur d'information**, aux côtés des
  - ondes électromagnétiques (photons radio, IR, visible, UV, X, gamma)
  - rayons cosmiques (protons, électrons, noyaux)
  - neutrinos

# Conclusions

- Les **ondes gravitationnelles** sont l'expression de la **nature dynamique** de l'**espace-temps relativiste**
- Détectées de manière directe pour la première fois en 2015, elles confirment la **relativité générale**
- Elles ouvrent une nouvelle fenêtre sur l'Univers car elles constituent un **nouveau vecteur d'information**, aux côtés des
  - ondes électromagnétiques (photons radio, IR, visible, UV, X, gamma)
  - rayons cosmiques (protons, électrons, noyaux)
  - neutrinos
- Nul doute qu'elles vont nous apporter des informations étonnantes sur les **trous noirs**, les **étoiles à neutrons** ou l'**Univers primordial**

# Bibliographie

- P. Binétruy, 2016, *À la poursuite des ondes gravitationnelles* (2e éd.), Dunod
- S. Collin-Zahn, 2009, *Des quasars aux trous noirs*, EDP Sciences
- T. Damour, 2005, *Si Einstein m'était conté*, Le Cherche Midi
- N. Deruelle, 2015, *De Pythagore à Einstein, tout est nombre*, Belin
- E.ourgoulhon, 2011, *Trous noirs : à la veille d'une nouvelle ère observationnelle*, L'Astronomie **125**, novembre 2011, p. 16
- J.-P. Lasota, 2010, *La science des trous noirs*, Odile Jacob
- J.-P. Luminet, 2006, *Le destin de l'Univers : trous noirs et énergie sombre*, Folio
- A. Riazuelo, 2016, *Les trous noirs : à la poursuite de l'invisible*, Vuibert  
video : <http://www2.iap.fr/users/riazuelo/bh/vuibert>
- P. Spagnou, 2017, *Les mystères du temps*, CNRS Éditions
- K.S. Thorne, 1997, *Trous noirs et distorsions du temps*, Flammarion

# À propos de ce document

Cette présentation a été réalisée entièrement à l'aide de **logiciels libres** :



**Linux**

système d'exploitation (Ubuntu)



traitement de texte



**Inkscape**

dessin vectoriel

**April** : <https://www.april.org/>  
*Promouvoir et défendre le logiciel libre*