

LA FORME DU COSMOS

“Sommes-nous plongés dans un mirage cosmique qui, en démultipliant les trajets des rayons lumineux, brouille notre perception de l'espace ? Au lieu d'être plat et infini, l'espace pourrait en effet être replié sur lui-même non seulement par sa courbure, mais aussi par sa topologie. Il nous donnerait alors l'illusion d'un espace plus vaste. Une telle structure de l'espace bouleverserait les rapports que la cosmologie du big bang établit entre l'univers physique et l'univers observable. Des indices expérimentaux existent déjà dans les données actuelles, mais les projets observationnels futurs pourront bientôt fournir une réponse à ces questions.”

L'espace a-t-il une forme ?

Il est difficile à la plupart des profanes d'attribuer une forme à une entité aussi impalpable que l'espace. Pour le physicien, la question n'est pertinente qu'en utilisant le langage de la géométrie. Quel est l'espace géométrique susceptible de représenter l'espace physique ? Certes, l'espace « immédiat » qui nous environne est correctement décrit par la géométrie euclidienne. Mais l'espace microscopique (à très petite échelle) et l'espace cosmologique (à très grande échelle) en diffèrent profondément. À la question de la forme de l'espace, la physique actuelle donne donc des réponses différentes, selon les « niveaux » de résolution auxquels elle examine la structure de l'univers. À l'échelle astronomique (Système solaire, étoiles, galaxies et amas de galaxies), l'interaction dominante qui sculpte la forme de l'espace physique est la gravité. Celle-ci est décrite par la relativité générale d'Einstein, qui fait apparaître une structure non-euclidienne de l'espace-temps. La géométrie différentielle des espaces dits « riemanniens » permet précisément de décrire les espaces courbes. À l'échelle cosmologique (disons sur une distance supérieure à 10^{25} mètres, c'est-à-dire un milliard d'années de lumière), l'étude de la forme globale de l'espace pose des problèmes géométriques spécifiques ne relevant plus seulement de la courbure, mais de la topologie de l'univers. La topologie, branche de la géométrie qui classe les formes globales des espaces, n'est incorporée ni dans la relativité générale, ni dans les approches unificatrices de la physique des hautes énergies. Une nouvelle discipline est donc née : la *topologie cosmique*. Elle applique aux modèles cosmologiques relativistes les remarquables découvertes mathématiques qui ont été effectuées récemment dans le domaine de la topologie.

La forme globale de l'univers

La cosmologie moderne recherche des solutions des équations de la relativité générale qui sont compatibles avec les observations de l'univers à grande échelle. L'espace est globalement courbé par une distribution quasi uniforme de la matière (à l'échelle des superamas de galaxies). Sa courbure est donc elle-même uniforme, c'est-à-dire constante d'un point à l'autre de l'espace (cette courbure pouvant varier au cours du temps).


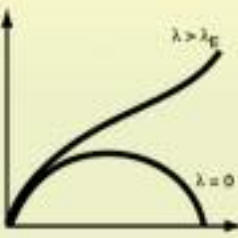



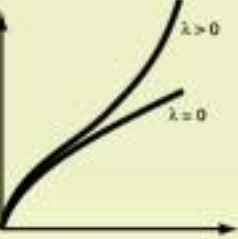
Les modèles cosmologiques à courbure spatiale constante ont été découverts dans les années 1920 par Alexandre Friedmann et Georges Lemaître. Pour simplifier, je les appellerai modèles de Big Bang. Ils se caractérisent par deux propriétés seulement : leur courbure, constante dans l'espace donc, mais dont il reste à préciser le signe et l'intensité, et leur dynamique, c'est-à-dire leur évolution au cours du

temps.

En ce qui concerne la courbure, il n'y a que trois familles d'espaces possibles, selon le signe de la courbure. L'espace « euclidien » est celui qui a une courbure partout nulle (les anglo-saxons l'appellent souvent « espace plat », mais cela prête à confusion). On connaît bien ses propriétés. Par exemple, pour s'assurer qu'un espace est euclidien, il suffit de vérifier que la somme des angles d'un triangle quelconque fait bien 180° . Deuxième cas de figure, l'espace sphérique a une courbure constante positive ; la somme des angles d'un triangle y est toujours supérieure à 180° . Troisième cas de figure, l'espace « hyperbolique » a une courbure négative, la somme des angles d'un triangle y est toujours inférieure à 180° .

La relativité générale indique comment calculer la courbure : sa valeur dépend de la densité moyenne d'énergie dans l'univers. Cette dernière est la somme de la densité de matière (visible et sombre) et de la densité d'énergie noire (cette dernière joue le rôle d'une interaction répulsive qui s'oppose, à grande échelle, à la gravitation attractive). En dessous d'un certain seuil critique de densité égal à environ 10^{-29} g/cm³ (à un facteur près qui dépend du taux d'expansion actuel de l'Univers), l'espace est hyperbolique ; au-dessus il est sphérique. Il n'est euclidien qu'à la frontière exacte. Par commodité, les cosmologistes utilisent le « paramètre de densité » Ω , défini comme le rapport entre la densité réelle (toutes formes de matière et d'énergie confondues) et la



courbure	topologie	dynamique	destin
$K > 0$  sphérique	fini		ouvert si λ grand fermé
$K = 0$  Euclidien	fini ou infini		ouvert
$K < 0$  hyperbolique	fini ou infini		ouvert

1. Ce tableau résume les divers cas pour les modèles de big bang. La première colonne indique le signe de la courbure spatiale, la deuxième le caractère fini ou infini de l'espace, la troisième le comportement temporel du facteur d'échelle, la quatrième le caractère ouvert ou fermé du modèle. On constate que la courbure de l'espace ne dicte ni l'évolution temporelle de l'Univers (sauf si la densité d'énergie noire est nulle), ni dicte le caractère fini ou infini de l'espace (sauf si la topologie est monoconnexe).

densité critique. Selon que ce rapport est inférieur, égal ou supérieur à 1, la courbure est négative, nulle ou positive. Ce lien entre courbure et densité permet d'accéder expérimentalement à la géométrie macroscopique de l'espace.

En ce qui concerne l'évolution temporelle de l'univers, deux scénarios sont possibles à partir des équations de Friedmann-Lemaître : soit l'expansion se ralentit fortement à partir du Big Bang, dilate l'espace jusqu'à un volume maximal, puis laisse place à un mouvement inverse de contraction et de réchauffement, qui s'achève en un ultime embrasement de l'univers : le "Big Crunch" ; soit l'expansion actuelle se poursuit à jamais, diluant et refroidissant sans cesse l'univers. Cette seconde possibilité se subdivise elle-même en deux, selon que l'expansion ralentit sans jamais s'arrêter, ou au contraire s'accélère.

Là encore, ces solutions théoriques dépendent de la valeur de la courbure de l'espace, de la densité moyenne de matière et de l'énergie noire. Ce dernier terme, répulsif, a pour effet d'accélérer la vitesse d'expansion. Cela implique que l'espace, quelle que soit sa courbure, peut être en expansion perpétuelle s'il contient suffisamment d'énergie noire. C'est justement ce qu'indiquent les plus récentes observations astronomiques. Depuis une décennie, l'observation de supernovae de type Ia dans des galaxies lointaines, combinée à d'autres données comme les mirages gravitationnels, la dynamique des amas de galaxies et les caractéristiques du rayonnement fossile, ont conduit les chercheurs à fixer d'une part le paramètre de densité Ω dans une fourchette de valeurs assez

étroite voisine de la valeur critique 1, tout en privilégiant une valeur légèrement supérieure, en conséquence de quoi l'espace serait sphérique (courbé positivement), ou à la limite euclidien (de courbure strictement nulle). D'autre part, que ce paramètre de densité est actuellement la somme d'environ 1/3 de matière gravitante et de 2/3 d'énergie noire anti-gravitante. En conséquence de quoi l'univers serait en expansion perpétuelle accélérée (fig. 1).

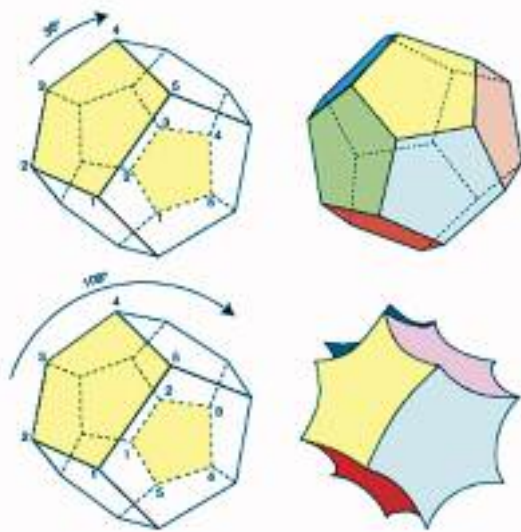
La topologie cosmique

Avec la cosmologie relativiste, nous ne disposons pas d'une description complète de la forme de l'espace. Est-il fini ou infini, orienté ou non, en un ou plusieurs morceaux, possède-t-il des trous, des "poignées" ? La gravitation ne décide pas seule de la forme globale de l'espace. La topologie cosmique tente de pallier cette incomplétude. En ce qui concerne par exemple le caractère fini ou infini de l'espace, on sait que tout espace de courbure positive a nécessairement un volume fini, comme le cercle en dimension 1 et la sphère en dimension 2. Mais les espaces hyperboliques, de courbure négative, ou euclidiens, de courbure nulle, admettent aussi bien des topologies finies ou infinies.

Les propriétés géométriques d'un espace se définissent par sa courbure et par sa topologie. Malheureusement, les cosmologistes ont longtemps négligé les subtilités de la topologie, de sorte que la plupart des modèles cosmologiques ne considèrent que la courbure. Ils supposent implicitement que l'espace a la topologie la plus simple possible, dite topologie monoconnexe. Mais cette simplification est complètement arbitraire, et appauvrit considérablement le champ des possibles. Par exemple, si tous les espaces riemanniens peuvent être classifiés en trois grandes familles de courbure (négative, nulle, ou positive), à l'intérieur de chaque famille, il existe différentes "classes topologiques". Par définition, les espaces d'une même classe peuvent se déduire les uns des autres par déformation continue, sans découpage ni déchirure. Dans le cas des espaces à deux dimensions, c'est-à-dire des surfaces, la sphère, par exemple, a la même topologie que n'importe quelle surface de forme ovoïde. Mais le plan a une topologie différente, puisque aucune déformation continue ne peut lui donner la forme d'une sphère.

Des formes fascinantes

Illustrons la différence entre courbure et topologie par des exemples simples. Partons du plan euclidien, découpons une bande et collons les bords pour obtenir un cylindre. À la surface du cylindre, la géométrie d'Euclide est tout autant vérifiée que dans le plan de départ. Le cylindre est donc une surface euclidienne de courbure nulle. Il présente toutefois une différence fondamentale avec le plan : il est fini dans une direction. C'est ce type de propriété qui relève de la topologie, et non pas de la courbure. En découplant le plan et en le recollant selon certains points, nous n'avons pas changé sa forme locale – sa courbure – mais nous avons changé radicalement sa forme globale – sa topologie. Nous pouvons aller plus loin en découplant le cylindre en un tube de



2. Deux espaces dodécaédriques. *Haut* : L'espace dodécaédrique sphérique de Poincaré. Si chaque face d'un dodécaèdre est collée à sa face opposée après avoir subi une rotation de 36° (un dixième de tour), l'espace résultant est l'espace **sphérique** de Poincaré, variante multiconnexe de l'hypersphère, mais dont le volume est 120 fois plus petit. Le collage ne peut être réalisé que si l'on utilise un dodécaèdre courbé **positivement**, avec des **angles diédraux légèrement augmentés à 120°** (au lieu de 117° dans l'espace euclidien). *Bas* : L'espace dodécaédrique hyperbolique de Seifert-Weber. Si chaque **face d'un dodécaèdre** est collée à sa face opposée après avoir subi une rotation de 108° (trois dixièmes de tour), l'espace résultant est l'espace hyperbolique de Seifert-Weber, variante multiconnexe de l'hyperboloïde H3, mais dont le volume est fini. Le collage ne peut être réalisé que si l'on utilise un dodécaèdre courbé négativement, avec des **angles diédraux fortement amincis à 72°** .

longueur finie et en collant les deux extrémités circulaires. Nous obtenons un tore plat, c'est-à-dire une surface euclidienne sans courbure, mais finie dans toutes les directions, qui ressemble à la surface d'une chambre à air. Une bactérie vivant à la surface d'un tore plat ne ferait pas la différence avec le plan ordinaire, à moins de se déplacer et de faire un tour complet du tore.

À trois dimensions, on peut se livrer à ce même genre d'opérations, même si les possibilités deviennent beaucoup plus nombreuses et compliquées. L'exemple le plus simple est l'hypertore, un espace obtenu en prenant un bloc cubique d'espace euclidien et en collant les paires de faces opposées. En conséquence de quoi, lorsqu'on file en ligne droite, en sortant par une face on rentre immédiatement par celle qui est opposée. C'est, d'une certaine façon, le monde de nombreux jeux vidéo. On comprend immédiatement qu'un tel espace est fini, puisque aucune trajectoire ne peut s'éloigner indéfiniment de son point de départ, mais qu'il n'a pas de courbure ni de bord...

En fait, les topologistes ont démontré qu'il existe dix-huit topologies différentes, qu'on peut appeler aussi formes, pour l'espace euclidien à trois dimensions, dix d'entre elles étant parfaitement finies et sans bord ! Pour les espaces hyperboliques et sphériques, leurs topologies sont en nombre infini, et aucune d'entre elles n'est *a priori* exclue pour la description de l'espace physique.

Il est donc possible d'envisager des modèles cosmologiques qui peuvent être finis ou infinis quelle que soit leur courbure, et qui sont décrits par des formes d'une grande subtilité. Prenons par exemple un polyèdre — c'est-à-dire une figure construite par l'assemblage de faces polygonales. Il se trouve que la plupart des espaces tridimensionnels

sont représentables sous forme de polyèdres convexes dont on a collé convenablement les faces deux à deux. On peut, par exemple, construire un espace hyperbolique fini en partant d'un dodécaèdre, c'est-à-dire un polyèdre régulier délimité par douze faces pentagonales, et en collant deux à deux les faces tout en leur

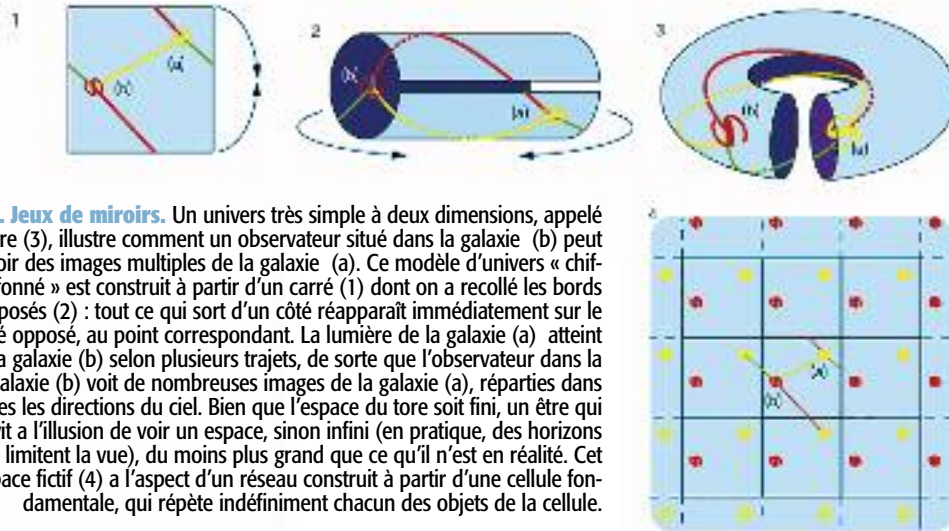


subir une rotation de 108° . Le nouvel espace intérieur au polyèdre, dit de Seifert-Weber, est à courbure négative, mais son volume est fini, car aucune « droite » ne s'éloigne indéfiniment. Encore plus surprenant, en partant d'un même dodécaèdre, mais en collant cette fois les faces opposées après rotation de 36° , on obtient maintenant un espace sphérique, appelé *espace dodécaédrique de Poincaré* (fig. 2). Cela semble compliqué, mais cet espace joue peut-être un rôle fondamental pour la structure de notre univers, comme nous allons voir.

Jeux de miroirs et espace chiffonné

Quelles sont les conséquences de la topologie pour la description de l'univers ? On a vu que le plan et l'espace euclidien ordinaire sont monoconnexes, tandis que le cylindre, le tore, l'hypertore ou l'espace dodécaédrique de Poincaré sont multiconnexes. Or, dans un espace monoconnexe, deux points quelconques sont joints par une seule géodésique (c'est-à-dire l'équivalent d'une droite en espace courbe), tandis que dans un espace multiconnexe, il y a toujours une infinité de géodésiques qui joignent deux points. Cette propriété confère aux espaces multiconnexes un intérêt exceptionnel en cosmologie. En effet, les rayons lumineux suivent les géodésiques de l'espace-temps.

Lorsqu'on observe une galaxie lointaine, nous avons coutume de croire que nous la voyons en un exemplaire unique, dans une direction donnée et à une distance donnée. Or, si l'espace cosmique est multiconnexe, la démultiplication des trajets des rayons lumineux donne des images multiples de la galaxie observée. Comme toute notre perception de l'espace provient de l'analyse des trajectoires des rayons lumineux, si nous vivions dans un espace multiconnexe de volume suffisamment "petit", nous serions plongés dans une vaste illusion d'optique nous faisant paraître l'univers plus vaste que ce qu'il est. Des galaxies lointaines que nous croirions "originales" seraient en réalité des images multiples d'une seule galaxie. Ce serait par exemple le cas dans un hypertore ayant pour rayon quelques milliards d'années de lumière, car en ce cas, les rayons lumineux auraient eu le temps, depuis le big bang, de faire plusieurs fois le tour de l'univers. Celui-ci pourrait donc nous paraître vaste, "déplié", empli de milliards de galaxies, tandis qu'il serait en réalité plus petit, "replié", ne conte-



3. Jeux de miroirs. Un univers très simple à deux dimensions, appelé tore (3), illustre comment un observateur situé dans la galaxie (b) peut voir des images multiples de la galaxie (a). Ce modèle d'univers « chiffonné » est construit à partir d'un carré (1) dont on a recollé les bords opposés (2) : tout ce qui sort d'un côté réapparaît immédiatement sur le côté opposé, au point correspondant. La lumière de la galaxie (a) atteint la galaxie (b) selon plusieurs trajets, de sorte que l'observateur dans la galaxie (b) voit de nombreuses images de la galaxie (a), réparties dans toutes les directions du ciel. Bien que l'espace du tore soit fini, un être qui y vit a l'illusion de voir un espace, sinon infini (en pratique, des horizons limitent la vue), du moins plus grand que ce qu'il n'est en réalité. Cet espace fictif (4) a l'aspect d'un réseau construit à partir d'une cellule fondamentale, qui répète indéfiniment chacun des objets de la cellule.

nant qu'un plus petit nombre d'objets authentiques. Où serait l'illusion, où serait la réalité ? (fig. 3)

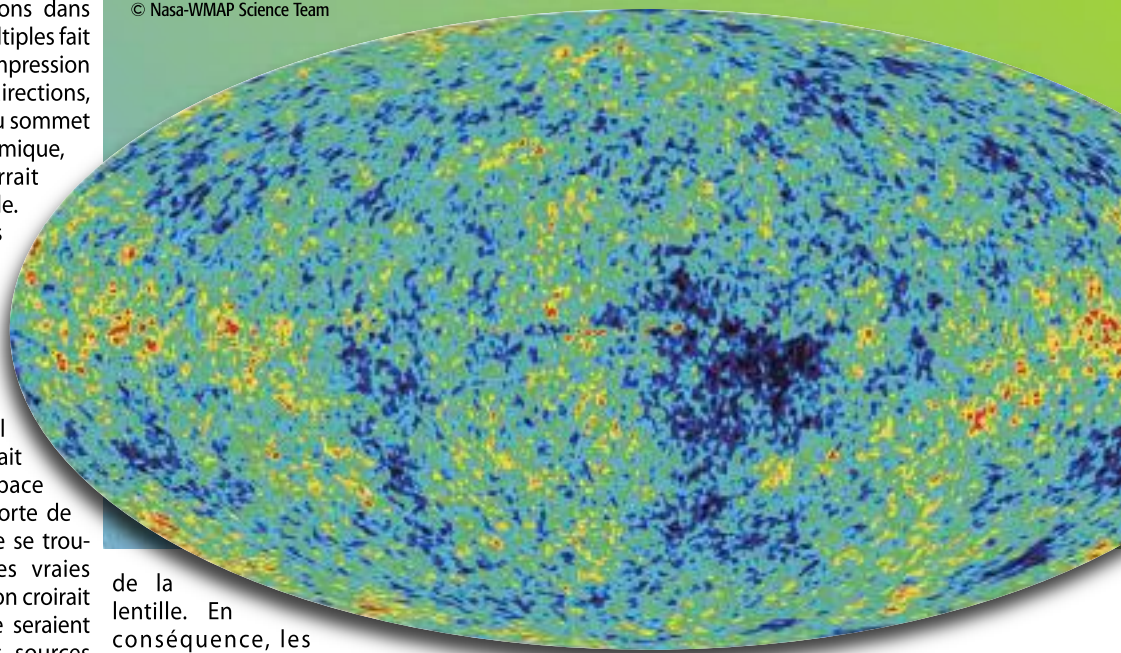
J'ai baptisé de tels modèles du nom "d'univers chiffonnés". Imaginons une pièce tapissée de miroirs sur ses six parois (plancher et plafond compris). Si nous pénétrons dans cette pièce, le jeu des réflexions multiples fait que nous avons immédiatement l'impression de voir l'infini dans toutes les directions, comme si nous étions suspendus au sommet d'un puits sans fond. L'espace cosmique, d'apparence gigantesque, pourrait nous bercer d'une illusion semblable. Bien entendu, il ne possède ni murs ni miroirs, et les images fantômes y seraient créées non par la réflexion de la lumière sur les parois de l'univers, mais par la démultiplication des trajets lumineux empruntant les "plis" d'un espace chiffonné. Dans un tel modèle, l'espace physique pourrait même être plus petit que l'espace observé. Il jouerait le rôle d'une sorte de cellule fondamentale dans laquelle se trouveraient les objets originaux, les vraies galaxies ; au-delà, les sources que l'on croirait être de plus en plus lointaines ne seraient que des répliques fantômes des sources proches.

Les espaces chiffonnés créent donc un *mirage topologique* qui démultiplie les images des sources lumineuses. Certains mirages sont déjà bien connus des astronomes sous le nom de "mirages gravitationnels". Dans ce cas, c'est la courbure de l'espace au voisinage d'un corps massif situé sur la ligne de visée d'un objet plus lointain, qui démultiplie les trajets des rayons lumineux provenant de l'arrière-plan. Nous percevons donc des images fantômes regroupées dans la direction du corps intermédiaire, appelé "lentille".

Dans le cas du mirage topologique, ce n'est pas un corps particulier qui déforme l'espace, c'est l'espace lui-même qui joue le rôle

4. Le rayonnement fossile vu par la sonde WMAP. La totalité du ciel est représentée ici dans le domaine des micro-ondes, et dévoile la leur résiduelle que le jeune univers a émis après 380 000 ans d'expansion. Les minuscules fluctuations de température sont codées par des couleurs. Elles correspondent aux infimes grumeaux de densité qui, en se condensant, ont engendré plus tard les premières galaxies. L'âge de l'univers, sa géométrie, sa composition et son destin sont inscrits dans la distribution statistique des grumeaux.

© Nasa-WMAP Science Team



de la lentille. En conséquence, les

images fantômes sont réparties dans toutes les directions de l'espace et toutes les tranches du passé. Ce mirage *global* nous permettrait de voir les objets non seulement sous toutes leurs orientations possibles, mais également à toutes les phases de leur évolution.

La forme de l'espace est-elle inscrite dans le rayonnement fossile ?

La question qui importe maintenant est de savoir comment tester les hypothèses topologiques par des observations astronomiques. Si l'espace est chiffonné, il l'est de façon subtile et sur une très grande taille, sinon nous aurions déjà identifié des images fantômes de notre propre galaxie ou d'autres structures bien connues. Or, ce n'est pas le cas.

Deux familles de tests observationnels ont été proposées, toutes deux fondées sur l'effet de mirage topologique. La première s'applique aux sources lumineuses localisées comme les galaxies, les quasars et les amas de galaxies, réparties en profondeur dans l'espace et dans le temps ; la seconde utilise le *rayonnement fossile*, cette source diffuse dans tout l'espace émise par le plasma chaud de l'univers primitif à une époque unique du passé, et qui nous paraît donc située à la même distance.

Chacune de ces deux familles de tests peut elle-même se subdiviser en deux types : une première méthode tente de reconnaître individuellement des images multiples d'un même objet (mêmes galaxies, mêmes amas, etc. pour les sources localisées, mêmes régions du plasma émetteur pour le rayonnement diffus) ; l'autre, plus puissante, renonce à la reconnaissance individuelle et s'attache exclusivement à mettre en évidence des corrélations statistiques entre les positions des sources de rayonnement. Pour ce qui est des sources localisées, la *crystallographie cosmique*, que j'ai développée dans les années 1990 avec Marc Lachièze-Rey, Roland Lehoucq et Jean-Philippe Uzan (1), repère certaines répétitions dans la distribution des objets lointains ; certaines analyses seraient susceptibles de mettre en évidence un signal topologique se superposant au bruit de fond produit par une

tive plus grande que si le ballon ne gonflait pas. ...

Revenons au rayonnement fossile. Il se caractérise par de minuscules fluctuations d'intensité selon les directions d'observations, qui correspondent en fait à de minuscules fluctuations de température et de densité du plasma chaud qui l'a émis il y a 14 milliards d'années. En analysant ces fluctuations, les scientifiques peuvent extraire de multiples informations, telles que la densité d'énergie de l'univers, la répartition entre la matière et l'énergie noire, l'âge de l'univers, la courbure de l'espace et sa forme globale. C'est ainsi que les données délivrées entre 2003 et 2008 par le satellite WMAP de la NASA, qui ont fourni une carte à haute résolution du rayonnement fossile (figure 4), indiquent que le paramètre de densité Ω est compris entre 1 et 1,04, une fourchette de valeurs qui

mos manquaient à l'appel. Pourquoi ? Peut-être simplement parce que l'univers n'est pas assez grand pour être en mesure de les jouer, à l'instar d'une corde de guitare qui ne peut émettre de son plus grave que ne le permet sa longueur et son diamètre !

Cette absence de vibrations à très grande échelle m'a ainsi conduit à proposer avec mes collaborateurs une topologie particulière, celle de l'espace sphérique dodécaédrique de Poincaré dont j'ai parlé plus haut (2). Je rappelle qu'il faut imaginer l'intérieur d'un dodécaèdre tel que, lorsque l'on arrive à une paroi pentagonale, on revient dans le dodécaèdre par la face opposée en ayant tourné d'un dixième de tour (fig. 5).

Depuis lors, ce modèle a été étudié mathématiquement en grand détail par plusieurs groupes à travers le monde. Dans l'étude la plus récente (3), nous avons ont calculé



5. À gauche – L'espace dodécaédrique de Poincaré (PDS) peut se décrire comme l'intérieur d'un dodécaèdre sphérique tel que, si l'on « sort » par une face pentagonale, on « rentre » immédiatement par la face opposée après une rotation de 36° . Un tel espace est donc fini, bien que sans frontière ni bord, de sorte que l'on peut y voyager indéfiniment sans obstacle. **Au centre** – Vue depuis l'intérieur de PDS perpendiculairement à une face pentagonale. L'observateur a l'illusion de vivre dans un espace 120 fois plus grand, construit comme une mosaïque de dodécaèdres empilés dont les images se répètent comme dans une galerie des glaces. **À droite** – Vue depuis l'intérieur de PDS dans une direction arbitraire, calculée par le programme CurvedSpaces et montrant des images multiples de la Terre obtenues par mirage topologique. © d'après Jeff Weeks.

répartition aléatoire des sources. Hélas, pour l'instant, la profondeur des observations n'est pas suffisante pour tirer des conclusions sur la topologie globale de l'espace à partir de la cristallographie cosmique.

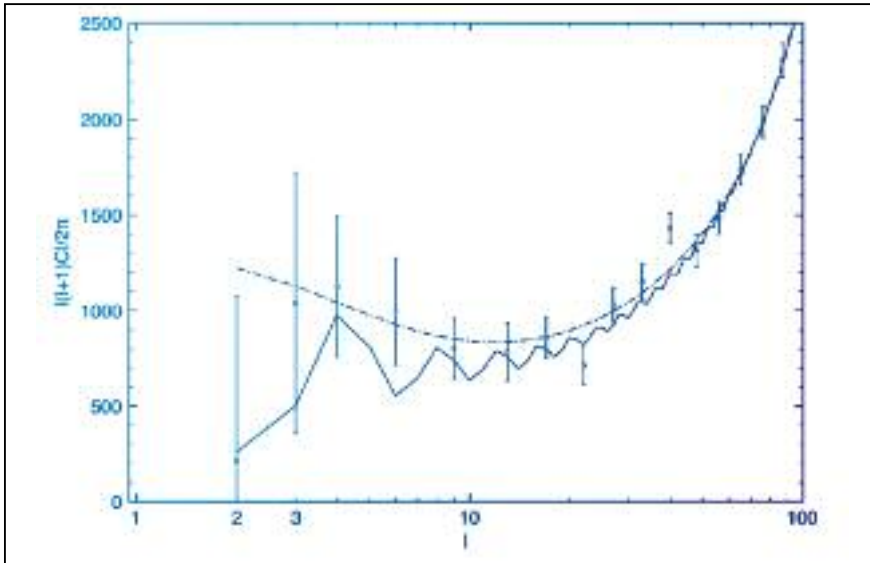
Reste heureusement le rayonnement fossile, cette source diffuse dans tout l'espace émise par le plasma chaud de l'univers primitif à une époque unique du passé, et qui nous paraît donc située à la même distance. Ce rayonnement est le vestige de la première lumière émise peu de temps après le big bang, il y a quatorze milliards d'années. Il est observé sur la "surface de dernière diffusion", une sphère d'environ 50 milliards d'années de lumière de rayon qui nous entoure. Que le lecteur ne soit pas surpris par ce chiffre : en raison de l'expansion de l'espace, la lumière parcourt plus de 14 milliards d'années lumière en quatorze milliards d'années ; elle en parcourt en fait cinquante ; tout comme la fourmi qui progresse à la surface d'un ballon qui gonfle parcourt une distance effec-

favorise un espace fini à courbure positive, bien que l'espace euclidien (paramètre de densité exactement égal à 1) reste marginalement possible. Mais surtout, une autre mesure de WMAP porte un sérieux coup au modèle d'espace euclidien infini (fig. 4).

Les fluctuations du rayonnement fossile résultent des vibrations acoustiques qui ont traversé le plasma primordial. Il est donc possible de reconstituer la "musique" des débuts de l'univers à travers un spectre harmonique, de la même façon que le son produit par un instrument de musique est constitué d'une somme d'harmoniques fondamentales. Ce *spectre de puissance* est une signature de la géométrie de l'espace et des conditions physiques qui régnaient à l'époque d'émission du rayonnement fossile. Or, les données de WMAP enregistrent un déficit dans les plus harmoniques de plus grandes longueurs d'onde, par rapport à ce que prévoit le modèle de l'univers infini, comme si les notes les plus graves du cos-

1,7 milliards de modes vibrationnels de l'espace dodécaédrique de Poincaré (PDS) pour simuler avec plus de précision qu'en 2003 le spectre de puissance, sur une large gamme d'échelles angulaires. Nous avons trouvé que la diminution maximale de l'harmonique quadripolaire, telle qu'elle apparaît dans les données, requiert une densité de matière-énergie optimale de $\Omega = 1,018$. Le spectre de puissance ainsi prédit par le modèle PDS s'accorde remarquablement avec la totalité du spectre WMAP observé (fig. 6).

Attention, le modèle d'espace dodécaédrique n'est pas une alternative au big bang, puisque tout comme l'espace ordinaire il serait rempli de matière et d'énergie noire et en expansion perpétuelle accélérée. Mais c'est un modèle qui remplace l'idée d'un espace infini par un espace physique fini, sans bord et reconnecté de telle façon que son volume ne représente que 80 % de celui de l'univers observable.



6. Spectres de puissance comparés pour les données expérimentales de WMAP (barres d'erreur verticales), pour le modèle standard plat et infini (courbe en pointillés) et pour le modèle PDS (courbe pleine).

Par ailleurs, nous avons exploré des espaces multiconnexes différents du modèle PDS, qui sont également susceptibles de rendre compte du spectre de puissance observé par WMAP, groupés sous le nom d'espaces bien proportionnés. Parmi eux, le plus simple est l'hypertore déjà mentionné, variante compacte de l'espace euclidien. Récemment, les calculs d'une équipe allemande (4) ont confirmé que le déficit observé en longueurs d'onde se retrouvait naturellement comme une limite à la taille des fluctuations imposée par la taille finie d'un hypertore.

Une signature par les cercles

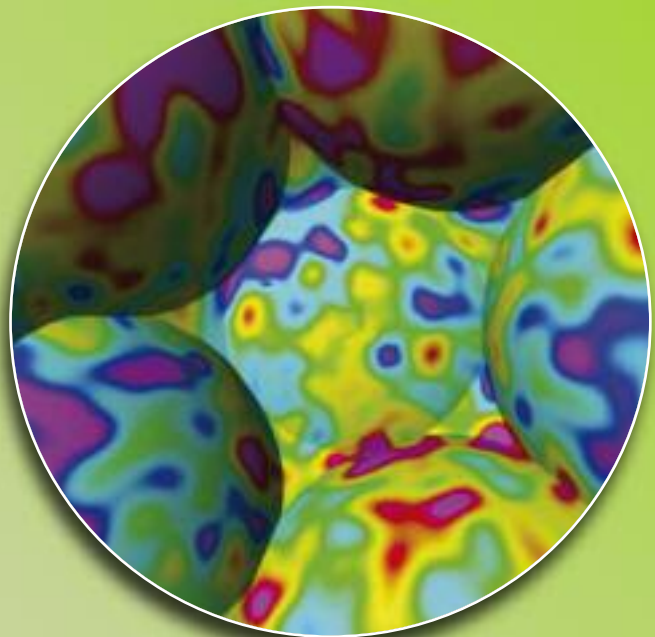
Peut-on aller plus loin ? La forme du spectre de puissance ne constitue pas à elle seule un test de la topologie cosmique, car d'autres explications sont possibles. En revanche, une vraie signature d'une topologie multiconnexe se trouve dans les effets de mirage topologique qui en résulteraient. En particulier, si l'espace physique est plus petit que l'espace observé, il doit y avoir des corrélations particulières dans la carte du rayonnement fossile, à savoir des paires de cercles "homologues" le long desquels les fluctuations de température sont les mêmes, car ils correspondent aux mêmes points physiques observés dans des directions différentes. Par exemple, le processus d'identification des faces d'un dodécaèdre conduit à des corrélations entre les images que l'on peut obtenir de la surface de dernière diffusion, correspondant à une sphère pour chaque observa-


teur au moment où le rayonnement fossile a été émis. On montre que ces corrélations reviennent à considérer des intersections des images de ces surfaces sphériques et qu'elles conduisent à l'existence de six paires de cercles diamétralement opposés dans le ciel, corrélés à une rotation de 36° près (fig. 7). Telle serait la signature expérimentale précise et définitive de la topologie de l'espace sphérique dodécaédrique.

Reste la question cruciale : ces paires de cercles corrélés sont-elles présentes dans les données réelles de WMAP ? Tout le problème, et il est de taille, est d'extraire de façon convaincante ces zones des mesures effectuées, et de montrer qu'il existe bien des corrélations qui ne peuvent statistiquement se produire que de façon très improbable dans le modèle usuel dit "de concordance" (c'est-à-dire monoconnexe, euclidien et infini). Trois équipes différentes (américaine, allemande et polonaise) se sont penchées sur le problème au cours des cinq dernières années, en utilisant divers indicateurs statistiques et des simulations numériques massives. Aucune réponse claire n'émerge pour l'instant de ces travaux, car le signal topologique attendu est dégradé par divers effets cosmologiques, ainsi que par les contaminations de fond astrophysiques et les imperfections instrumentales, qui tous induisent du bruit.

C'est pourquoi une équipe internationale de cosmologistes (5) conduite par B. Roukema, du Centre d'Astronomie de Torun en Pologne (précédemment chercheur à l'Observatoire de Paris), a réanalysé les données WMAP à l'aide de nouvelles méthodes statistiques, en cherchant des cercles "épaissis" de façon à inclure plus de données et minimiser les dégradations du signal. Ils ont trouvé dans la carte WMAP six paires d'anneaux candidats, obéissant à la symétrie dodécaédrique, cor-

7. Une topologie multiconnexe se traduit par le fait que tout objet de l'espace peut se présenter en de multiples exemplaires au sein de l'univers observable. Pour un objet étendu comme la région d'émission du rayonnement fossile, appelée surface de dernière diffusion, celle-ci peut s'auto-intersecter le long de paires de cercles. En ce cas, cela revient à dire qu'un observateur (situé nécessairement au centre de cette surface de dernière diffusion) verra la même région de l'univers dans différentes directions. En conséquence, les fluctuations de température seront identiques le long des paires de cercles d'auto-intersection de la surface de dernière diffusion. Cette carte du rayonnement fossile et de ses plus proches images multiples a été calculée pour la topologie PDS et montre bien la présence de cercles corrélés





Alors,
vivons-nous
dans un espace dodé-
caédrique de Poincaré,
ou plus généralement dans
un univers chiffonné à la
topologie bizarre ?

rélés de plus avec une phase relative de $39^\circ \pm 2,5^\circ$, donc très proche des 36° attendus. En déterminant la position des centres de ces anneaux, ils ont pu fixer l'orientation spatiale du dodécaèdre fondamental par rapport à la carte WMAP. La probabilité qu'une telle corrélation soit due au hasard n'est que de 7%.

Alors, vivons-nous dans un espace dodécaédrique de Poincaré, ou plus généralement dans un univers chiffonné à la topologie bizarre ? Les résultats expérimentaux, qu'ils soient favorables ou non à une topologie multiconnexes, sont controversés, de sorte que des contraintes expérimentales futures sont nécessaires. Les prochaines années ouvrent justement des perspectives enthousiasmantes ; grâce à de nouveaux télescopes toujours plus perfectionnés, elles permettront à la fois des sondages profonds recensant un très grand nombre d'amas lointains de galaxies et de quasars, ce qui rendra possible de tester la cristallographie cosmique, ainsi que des mesures à haute résolution angulaire du rayonnement fossile (notamment celles attendues du satellite européen *Planck Surveyor*, lancé début 2009), qui permettront de déceler peut-être les paires de cercles corrélés.

Je conclurai en remarquant que les modèles d'univers chiffonné font des prédictions accessibles aux instruments de la prochaine génération : une densité d'énergie totale de l'univers très précise, à un centième près, et un mirage topologique spécifique, que l'on pourra également observer. Contrairement à certaines théories cosmologiques très à la mode comme les supercordes ou l'inflation, le modèle d'univers chiffonné pourra donc être soit réfuté, soit prouvé d'ici quelques années. Nous saurons alors attribuer une forme à l'univers.

J.P. Luminet ★

Compléments de lecture :
Jean-Pierre Luminet – *L'univers chiffonné*, Fayard, 2e éd., 2005 ;
Gallimard/Folio,

Roland Lehoucq – *L'espace a-t-il une forme ?*

1 – Pour un synthèse, voir J.-P. Uzan, R. Lehoucq & J. –P. Luminet : New Developments in the Search for the Topology of the Universe, Proceedings of the XIXth Texas meeting, Eds. E. Aubourg et. al., Nuclear Physics B : Proc. Suppl. Vol. 80, CD-Rom version, article-no: 04/25 [arXiv : gr-qc/0005128].

2 – J.-P. Luminet, J. Weeks, A. Riazuelo, R. Lehoucq & J.-P. Uzan: Dodecahedral space topology as an explanation for weak wide-angle temperature correlations in the cosmic microwave background, Nature vol. 425, p. 593 (2003).

3 – S. Caillerie, J.-P. Luminet, M. Lachièze-Rey, R. Lehoucq, A. Riazuelo & J. Weeks : A new analysis of Poincaré Dodecahedral Space Model, Astron. Astrophys. 476 (2007) 691-696 [astro-ph/0705.0217]. Voir aussi le communiqué de presse <http://www.obspm.fr/actual/nouvelle/feb08/PDS.fr.shtml>

4 – R. Aurich, H. S. Janzer, S. Lustig, F. Steiner : Do we Live in a Small Universe ?, Class. Quant. Grav. 25 (2008) 125006 [arXiv:0708.1420].

5 – B. Roukema, Z. Bulinski, A. Szaniewska, N. Gaudin : The optimal phase of the generalised Poincaré dodecahedral space hypothesis implied by the spatial cross-correlation function of the WMAP sky maps, [arXiv:0801.0006].