

“Mariage des maillages” for core collapse simulations in general relativity

Jérôme Novak

Laboratoire de l'Univers et de ses THéories
Meudon, France

and

Harald Dimmelmeier

Max-Planck-Institut für Astrophysik
Garching, Germany

In collaboration with

José-Antonio Font and José-María Ibáñez.

“Mariage des maillages” what is this?

In solving PDEs in numerical physics:

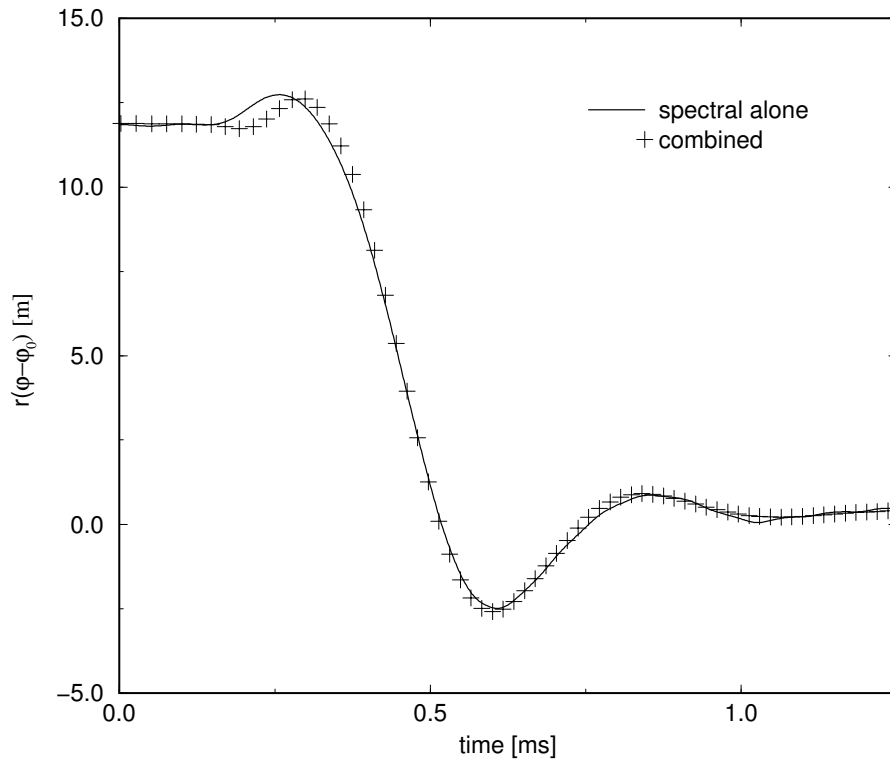
- Spectral methods are very powerful, except for discontinuous fields (Gibbs phenomenon)
- High Resolution Shock Capturing schemes are very precise to model relativistic hydro

⇒ gravitational field is sufficiently regular to be calculated using spectral methods.

⇒ hydro fields are then evaluated using HRSC schemes, with the metric fields as input (work by Valencia group)

Values of fields are interpolated or evaluated from one grid to the other (beware of high frequencies!).

1D simulations in tensor-scalar gravity



spherical symmetry

2 constraints + scalar wave \Rightarrow SM

3 hydro evolution equations \Rightarrow HRSC

Novak & Ibáñez, 2000

Comparison between pure spectral and combined codes for the collapse of a neutron star to a black hole.

2D with conformally flat spatial metric simulations

Méthodes spectrales

Méthodes spectrales: représentation d'un champ physique u par une autre fonction $I u$.

Si $(\varphi_0, \dots, \varphi_N)$ est une famille de fonctions orthogonales, alors l'approximation de u est donnée par:

$$P u = \sum_{n=0}^N \tilde{u}_n \varphi_n.$$

Les coefficients $(\tilde{u}_0, \dots, \tilde{u}_N)$ sont obtenus par le produit scalaire de u avec les fonctions:

$$\tilde{u}_n = \langle u, \varphi_n \rangle.$$

Différences finies: représentation d'un champ physique u par un tableau fini de nombres: les valeurs (u_1, \dots, u_n) prises par u aux points de la grille (x_1, \dots, x_n) .

Cette différence — fonction/nombres — explique pourquoi les méthodes spectrales sont d'habitude beaucoup plus précises que les méthodes aux différences finies.

Décomposition sur plusieurs domaines

Les méthodes spectrales à plusieurs domaines permettent de décrire la surface des étoiles à neutrons, ainsi que d'imposer les bonnes conditions à l'infini (seul endroit

coordonnées physiques

$$(r, \theta, \varphi)$$

où elles sont bien définies en relativité générale).

coordonnées numériques

$$(\xi, \theta, \varphi)$$

Possibilité d'adapter les grilles à la surface des étoiles par le mapping suivant:

$$r = \alpha[\xi + A(\xi)F(\theta', \varphi') + B(\xi)G(\theta', \varphi')] + \beta, \quad \theta = \theta', \quad \varphi = \varphi'$$

Résultats de simulations – binaires d'étoiles à neutrons

Approximation quasi-stationnaire (pas de rayonnement gravitationnel).

Étude de différentes équations d'état.

⇒ Il n'y a pas effondrement des étoiles à neutrons (en trou noir) avant leur rencontre.

Résultats de simulations – binaires de trous noirs

Approximation quasi-stationnaire (pas de rayonnement gravitationnel).

⇒ On retrouve la troisième loi de Kepler pour de grandes séparations des trous noirs.

⇒ La position de la dernière orbite stable est en bon accord avec l'estimation analytique (développements post-newtoniens d'ordre élevé).

Conclusions

- Avec LISA, on peut espérer un grand rapport $S/N \Rightarrow$ beaucoup d'informations physiques et astrophysiques disponibles.
- Certaines sources ont déjà été indentifiées dans le spectre électromagnétique.
- La modélisation de signaux fiables est une nécessité pour inverser les signaux.
- Il reste beaucoup à faire: les simulations sont toujours incomplètes.
- L'étude des sources potentielles sort du domaine strict de la "relativité numérique" (fréquences plus faibles).