

Ondes gravitationnelles et physique des astres compacts

Jérôme Novak

LUTH : Laboratoire de l'Univers et de ses THéories

CNRS / Observatoire de Paris

F-92195 Meudon Cedex, France

<http://www.luth.obspm.fr/>

Service d'astrophysique du CEA, 12 février 2004

Composition de l'équipe

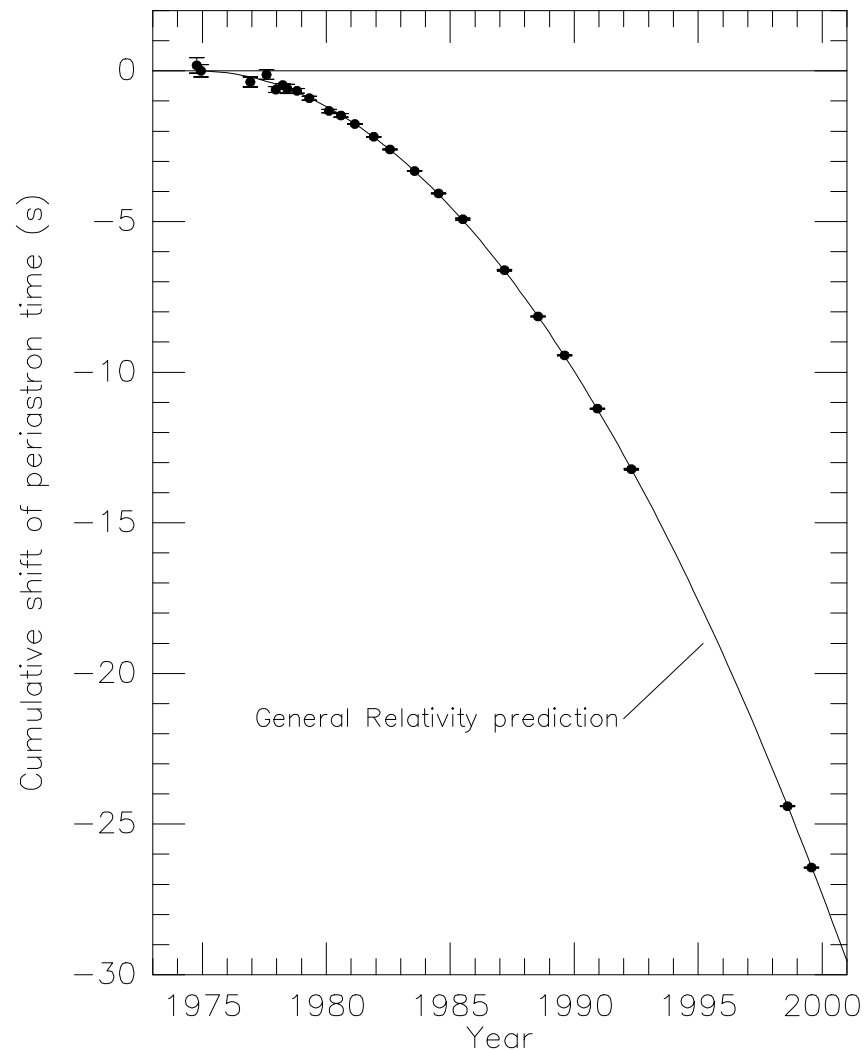
- Silvano Bonazzola (chercheur)
- Dorota Gondek-Rosińska (post-doc)
- Éric Gourgoulhon (chercheur)
- Philippe Grandclément (associé, Université de Tours)
- Pawel Haensel (associé, Institut Copernic, Pologne)
- José-Luis Jaramillo (post-doc)
- François Limousin (thésitif)
- Jérôme Novak (chercheur)
- Loïc Villain (associé, Université de Valence, Espagne)

1. Contexte scientifique
2. Modélisation physique
3. Méthodes numériques
4. Sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles
5. Propriétés des astres compacts
6. Perspectives

Contexte scientifique

Intérêt des ondes gravitationnelles :

1. test de la théorie de la gravitation (Relativité Générale), mais déjà fait de manière indirecte (pulsars binaires)
2. nouveau vecteur d'informations pour l'astrophysique, orthogonal aux photons \Rightarrow *astrophysique gravitationnelle*



Détecteurs interférométriques d'ondes gravitationnelles au sol

VIRGO



(CNRS/INFN, à
Pise)

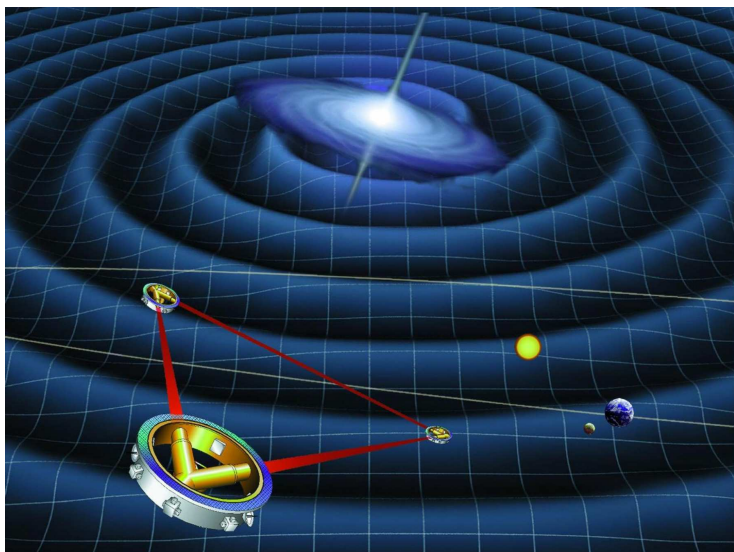


LIGO (NSF, à Livingston
et Hanford)



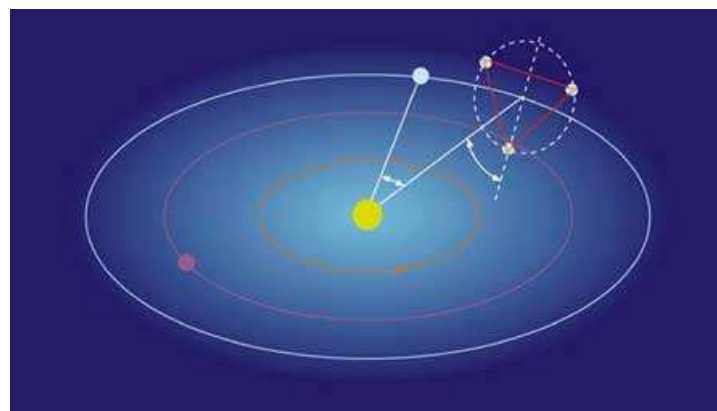
Sensibilité entre 10 Hz (100 Hz pour LIGO) et 10 kHz \Rightarrow hautes fréquences
(correspondent à la fréquence *mécanique* du système émetteur).

Projet de détecteur interférométrique dans l'espace : LISA



3 satellites en triangle de 5 millions de km, orbite héliocentrique, 20 jours derrière la Terre

ESA/NASA, prévu pour un lancement en septembre 2012

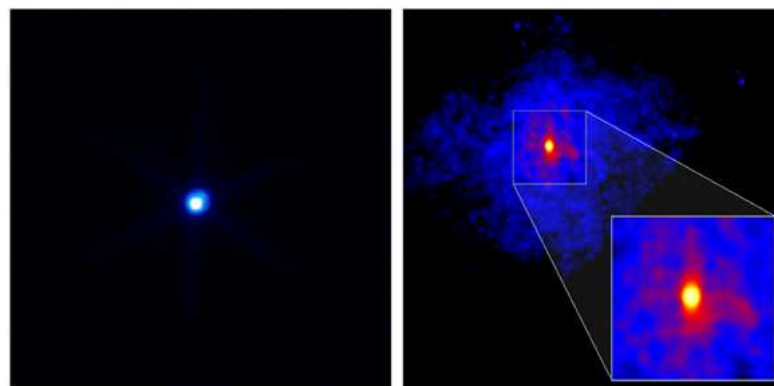


Sensibilité entre 10^{-4} Hz et 1 Hz \Rightarrow basses fréquences.

– Observations d'étoiles à neutrons isolées



3C58 (Chandra) et
RX J185635-3754
(Chandra + HST)

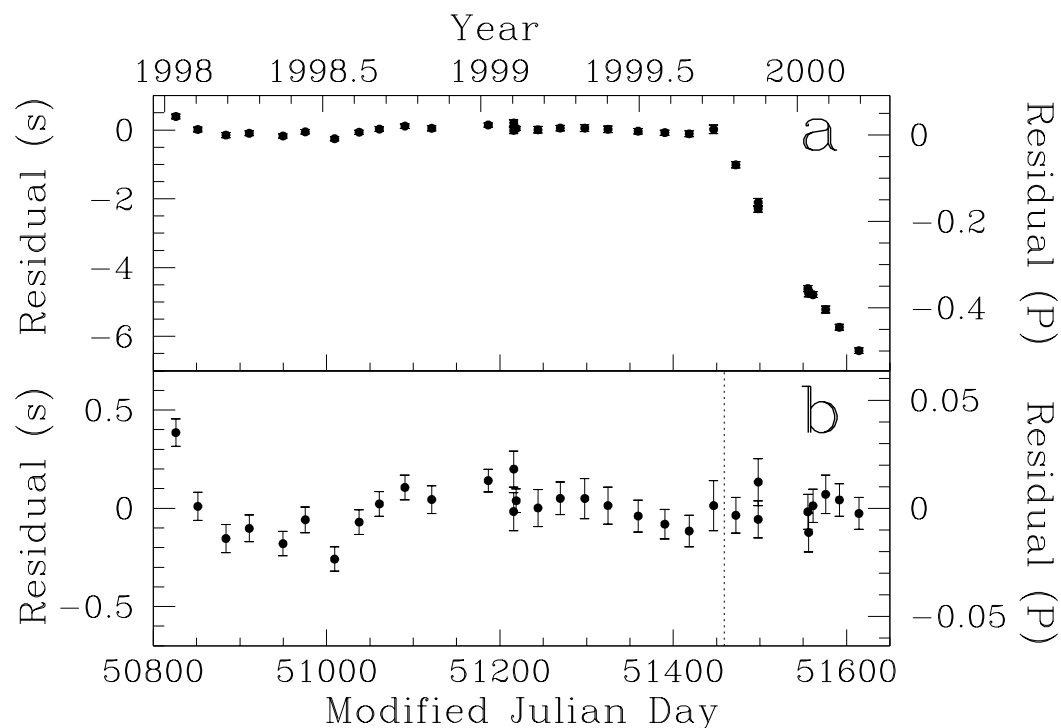


plus avec XMM et INTEGRAL...

Superfluidité, écorce et glitches

Glitches observés sur plusieurs pulsars ...

Augmentation soudaine de
la fréquence
⇒ composante rigide.



Composante superfluide (neutrons) tournant plus vite que l'écorce (freinée),
transfert de moment cinétique de l'une vers l'autre.

- Manque de données expérimentales sur la matière nucléaire stellaire (noyaux terrestres différents de la matière des étoiles à neutrons)
 - Difficultés d'expérimentation sur le champ gravitationnel fort
 - Accroissement de la puissance et de la mémoire des ordinateurs permettent des modèles plus complets
- ⇒ Modélisation analytique et expérimentation numérique.

Estimations

En utilisant les équations d'Einstein linéarisées :

- au premier ordre $h \sim \ddot{Q}$ (moment quadrupolaire de la source), ou encore $h \sim \frac{G}{c^4} \frac{E^{NS}}{r}$;
- l'effet d'une onde gravitationnelle sur deux particules de masses négligeables est la variation de leur distance au cours du temps $\Delta l/l \simeq h$;
- le flux reçu à une fréquence f est

$$F = 0.3 \left(\frac{f}{1 \text{ kHz}} \right)^2 \left(\frac{h}{10^{-21}} \right)^2 \text{ Wm}^{-2}.$$

- la puissance (ou luminosité) gravitationnelle rayonnée par une source est

$$L \sim \frac{G}{c^5} s^2 \omega^6 M^2 R^4.$$

Sources astrophysiques

$$L \sim \frac{c^5}{G} s^2 \left(\frac{R_S}{R} \right)^2 \left(\frac{v}{c} \right)^6 .$$

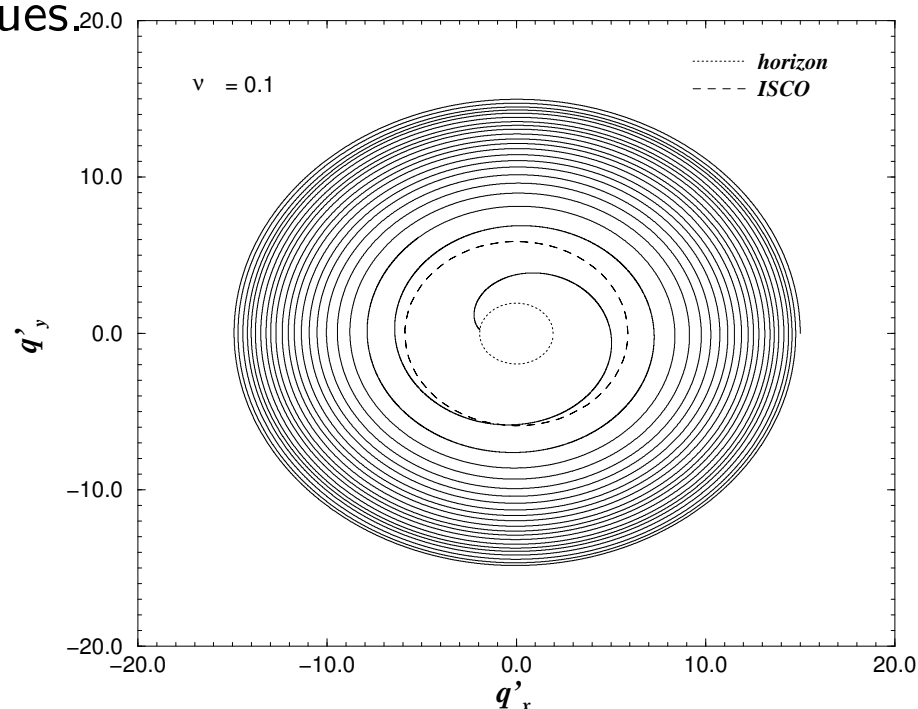
⇒ Objets **compacts** en mouvement relativiste et non sphériques.

Pour les hautes fréquences (10 Hz → 10 kHz) :

- systèmes binaires d'astres compacts en coalescence (étoiles à neutrons ou trous noirs)
- instabilités et déformations des étoiles à neutrons
- *supernovæ*

Systèmes binaires d'astres compacts

Ce sont des systèmes relativistes, avec un champ gravitationnel intense et fortement asymétriques.



Calculs post-newtoniens supposent des masses ponctuelles.

La dernière étape (fortement dynamique) devrait émettre le plus d'ondes détectables.

⇒ données initiales (quasi-stationnaires) pour l'évolution dynamique.

Modèles physiques

- champ gravitationnel : théorie de la relativité générale ;
- champ électromagnétique couplé au champ gravitationnel : équations d'Einstein-Maxwell ;
- matière : fluide(s) parfait(s), mais de nombreuses équations d'état de la matière dense sont utilisées (éventuellement prise en compte de la superfluidité) + conducteur parfait

L'essentiel des hypothèses porte sur la partie gravitationnelle :

symétries les étoiles isolées sont supposées invariantes par rotation autour de leur axe (éventuellement perturbations),

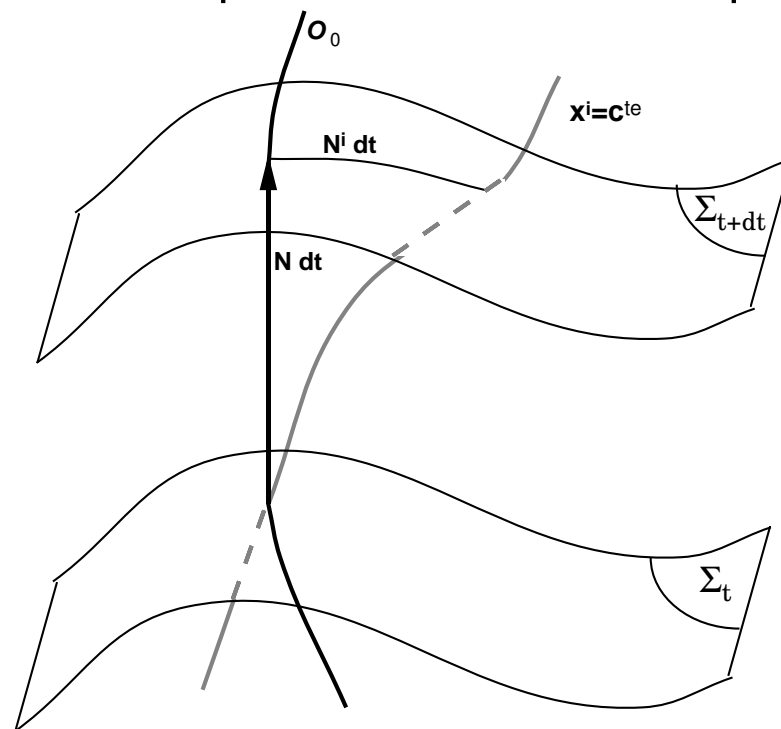
quasi-stationnarité la perte de moment cinétiques par les binaires est supposée se produire sur un temps caractéristique bien plus long que la période orbitale (néglige les ondes gravitationnelles).

Formulation des équations d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

⇒ système de 10 EDP d'ordre 2, non-linéaires et couplées,
 ⇒ le champ $g_{\mu\nu}(t, r, \theta, \varphi)$ décrit la métrique de l'espace-temps, vu comme variété de dimension 4.

Utilisation du formalisme "3+1" pour se ramener à un problème de Cauchy :



Choix de jauge

Le système "3+1" est un système hyperbolique avec contraintes. D'autres formulations ont été proposées pour rendre les équations d'Einstein complètement hyperboliques (problème à la limite classique).

Il existe aussi beaucoup de liberté sur le choix du système de coordonnées sur la variété :

⇒ recherche de variables et coordonnées telles, que le système soit maximale-ment contraint (2 degrés de liberté pour les ondes gravitationnelles).

Dans les cas (quasi-)stationnaires, système purement elliptique : 4 équations (étoiles isolées en rotation) ou 5 (système binaire avec l'approximation IWM).

⇒ Calcul des *conditions initiales* pour l'évolution dynamique.

Étoiles à neutrons et étoiles de quarks

- Étoile à neutrons : cœur composé essentiellement de matière n, p, e à l'équilibre bêta. Équilibre entre gravité et interaction nucléaire forte.
- Étoile de quarks : presque (sauf une fine écorce) entièrement composée de quarks u, d, s déconfinés. Liée par l'interaction forte.

Résultats de l'évolution d'étoiles massives par l'intermédiaire d'une *supernova*.

Astres compacts : $M/R \sim 0.2$ très loin des conditions physiques accessibles dans les expériences terrestres.

Pas d'*a priori* : modélisation avec des étoiles de quarks pour trouver des quantités observables discriminantes...

Méthodes numériques

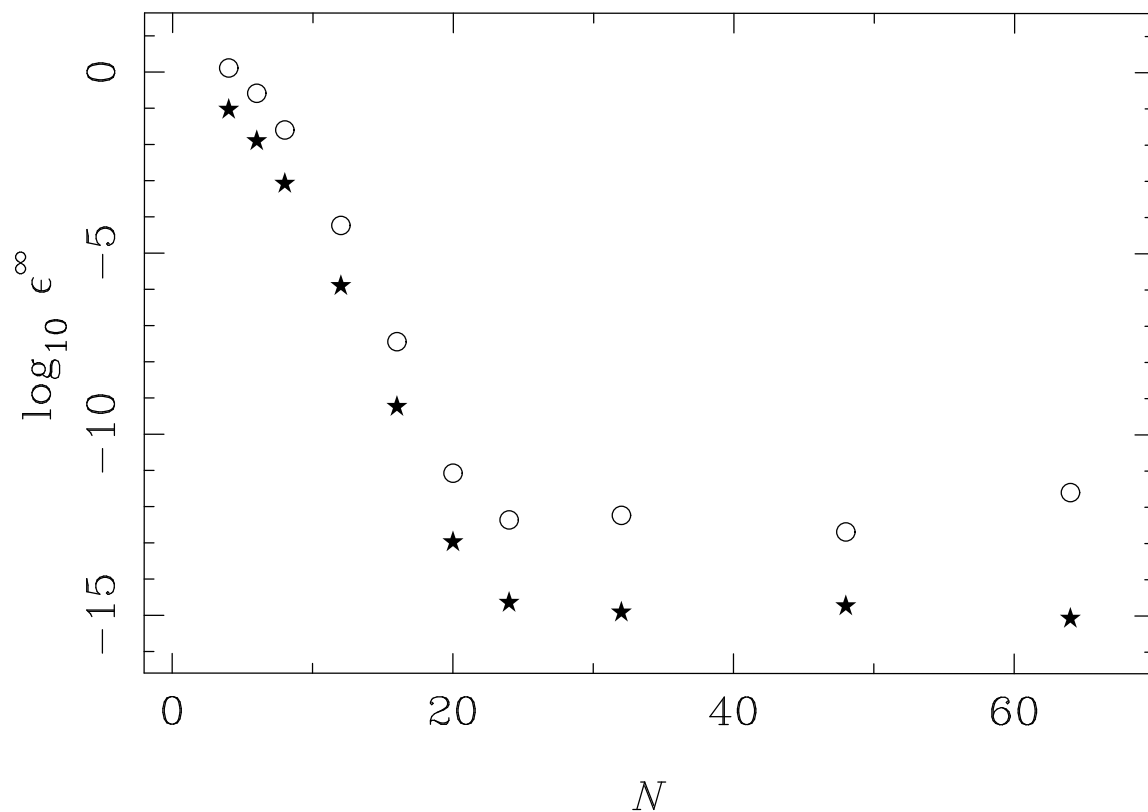
Caractéristiques en relativité numérique :

- contrairement aux champs liés à la matière, le champ gravitationnel est toujours continu ;
 - problèmes intéressants sont 3D...
 - étude d'objets de type stellaire et isolés.
- ⇒ méthodes spectrales (décomposition des champs sur des bases de fonctions) ;
- ⇒ coordonnées et composantes sphériques ;
- ⇒ changement de variable de type $u = 1/r$ pour les équations elliptiques (conditions aux bords bien définies à l'infini...).

Ces méthodes ont commencé à être appliquées aux simulations astrophysiques par Silvano Bonazzola et Jean-Alain Marck au milieu des années 1980, à l'Observatoire de Meudon.

Précision

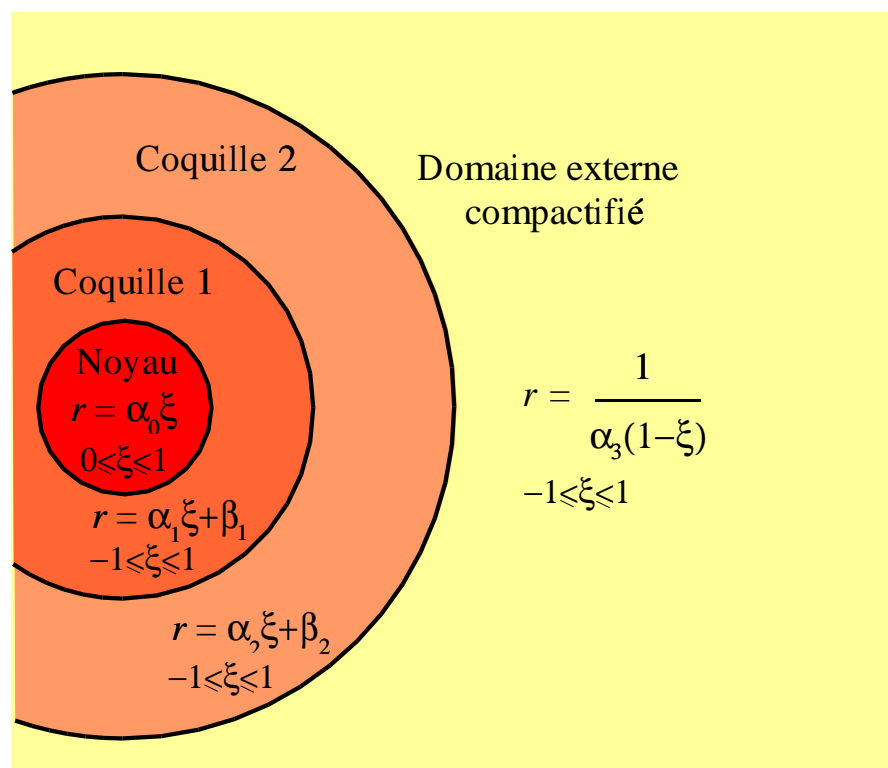
$f(x) = \cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right) - \frac{1}{8}(x+1)^3$ sur $[-1; 1]$, représentée par une série de N polynômes de Tchebychev ($T_n(x) = \cos(n \arccos x)$)



Décroissance en e^{-N} ; pour comparaison : plus de 10^5 points nécessaires avec un schéma d'ordre 3 en différences finies...

Méthodes multidomaines

Méthodes spectrales multigrille + coordonnées sphériques :



Décomposition :
 Polynômes de Tchebychev en ξ ,
 Fourier ou Y_l^m pour la partie
 angulaire (θ, ϕ) ,
 + utilisation des symétries
 et conditions de régularité
 des champs en coordonnées
 sphériques.

Résolution d'EDP : équations de Poisson et de d'Alembert

$$\Delta\phi = \sigma$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \phi_{lm}(r) = \sigma_{lm}(r)$$

Erreur minimale $\sim 10^{-11}$.

$$\square\phi = \sigma$$

$$\left[1 - \frac{\delta t^2}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \right] \phi_{lm}^{J+1} = \sigma_{lm}^J$$

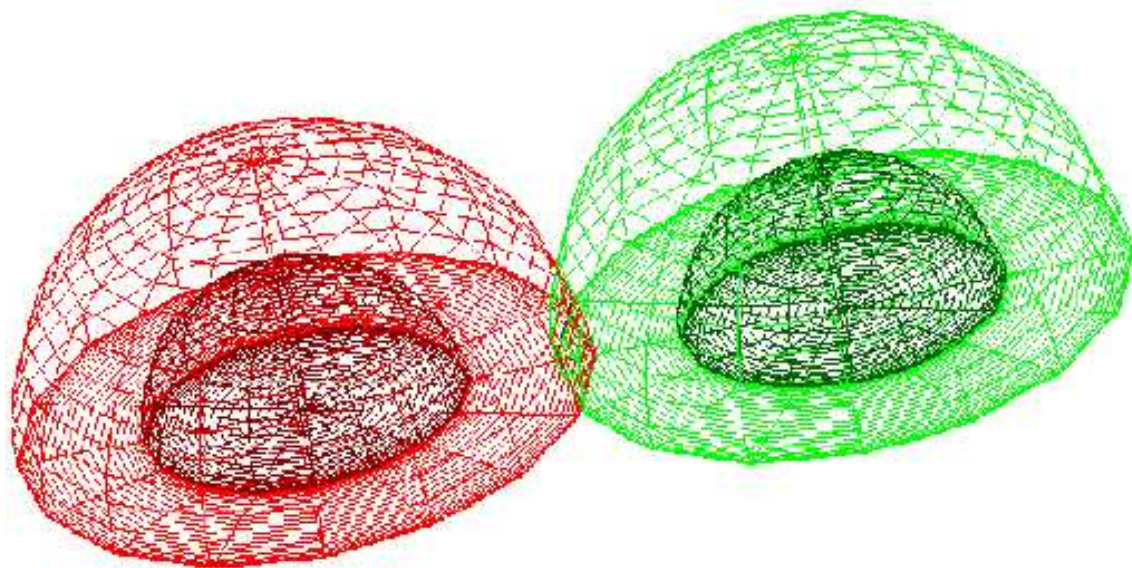
Erreur $\sim 10^{-10}$ (différences finies).

Inversion des opérateurs \iff inversion de matrices $\sim 30 \times 30$

Les parties non-linéaires sont évaluées dans l'espace physique et contribuent aux sources des équations.

\Rightarrow équations de Poisson vectorielle et tensorielle en composantes sphériques.

Ensemble de domaines pour décrire un système binaire



Possibilité d'adapter les grilles à la surface des étoiles par le mapping suivant :

$$r = \alpha[\xi + A(\xi)F(\theta', \varphi') + B(\xi)G(\theta', \varphi')] + \beta, \quad \theta = \theta', \quad \varphi = \varphi'$$

Utilisation avec d'autres méthodes numériques

L'évolution hydrodynamique du système (en relativité générale) peut se faire avec des méthodes spectrales,

mais limitation lorsque présence de chocs ou de discontinuités (phénomène de Gibbs).

Les méthodes spectrales ont été employées pour modéliser le champ gravitationnel, en collaboration avec d'autres méthodes numériques :

- méthodes SPH, pour l'évolution d'un système binaire d'étoiles à neutrons (P.Grandclément & J.Faber, Northwestern university) ;
- différences finies, pour la détermination des modes d'oscillation des étoiles à neutrons (E.Gourgoulhon & I.Jones, university of Southampton)
- méthodes de Godunov – capture de chocs (en relativité générale), pour la simulation des supernovæ (J.Novak & H.Dimmelmeier, Max-Planck-Institut für Astrophysik)

Mise à disposition

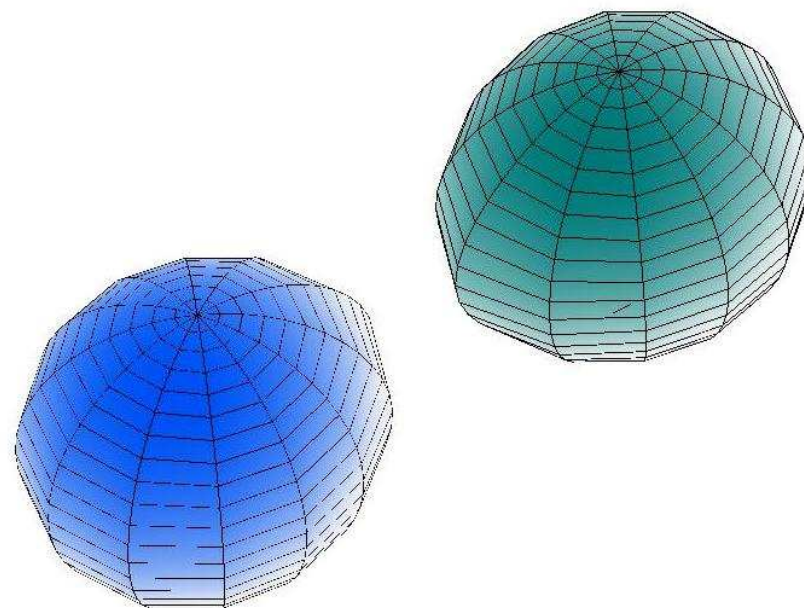
Toute la bibliothèque est téléchargeable anonymement depuis un serveur CVS ; les instructions sont sur la page web : <http://www.lorene.obspm.fr>.

Les équipes / personnes suivantes ont utilisé ou utilisent LORENE :

- Z.Meliani et Ch.Sauty (LUTh, MHD),
- labo. de mathématiques et physique théorique (université de Tours),
- CESR (J-P Chabbert),
- SAp (M. Forot),
- Departamento de Astronomía y Astrofísica, université de Valencia (Espagne),
- Max-Planck-Institut für Astrophysik, Garching (Allemagne),
- Albert-Einstein-Institut für Gravitationsphysik, Potsdam (Allemagne),
- Institut für Astronomie und Astrophysik, université de Tübingen (Allemagne),
- Relativity Group, université de Southampton (Royaume-Uni),
- Institut Copernic à Varsovie (Pologne),
- SISSA à Trieste (Italie),
- Northwestern university à Chicago (États-Unis),
- Dép. d'astronomie et des sciences de la terre, université de Tokyo (Japon)...

Résultats : sources d'ondes gravitationnelles

Étoiles à neutrons binaires



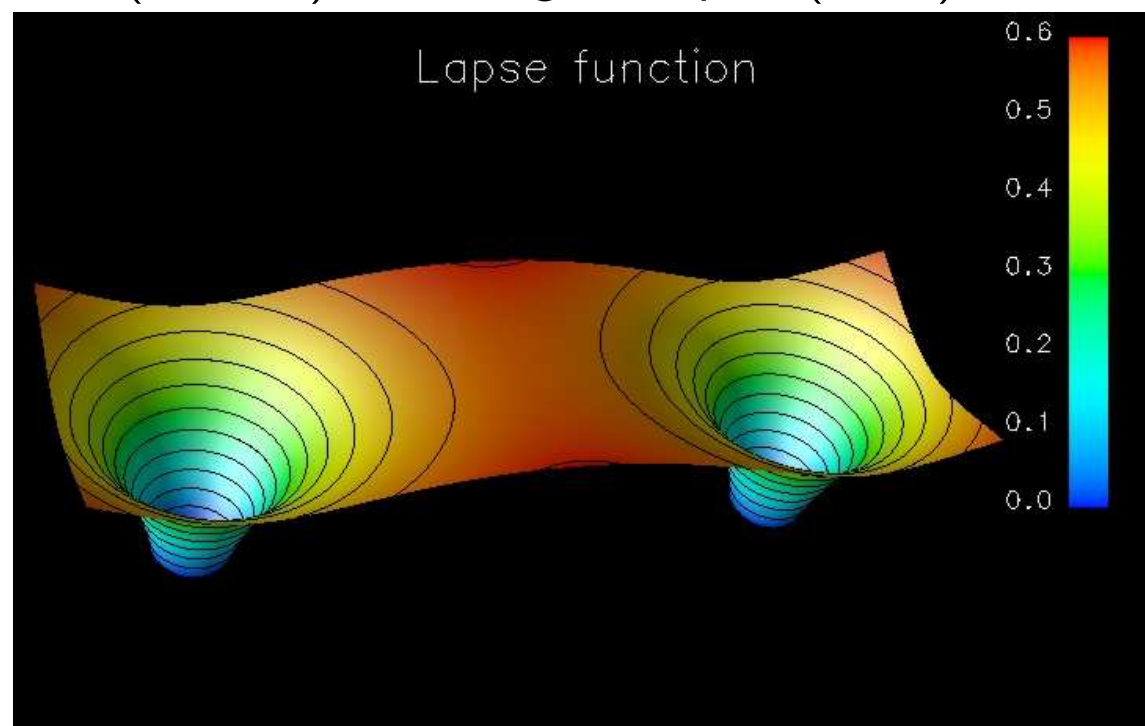
- Hypothèses d'irrotationalité et de quasi-stationnarité
- 5 équations d'Einstein résolues / 10
- Pas d'ondes gravitationnelles, mais informations sur l'évolution du système.

S.Bonazzola, E.Gourgoulhon et J.A.Marck, Phys. Rev. Lett. 82 (1999).

K.Taniguchi et E.Gourgoulhon, Phys. Rev. D 66 (2002).

Trous noirs binaires

Trous noirs stellaires (VIRGO) comme galactiques (LISA) sont intéressants.



- Première simulation “réaliste”
- Bon accord avec les calculs post-newtoniens
- Localisation de la dernière orbite stable primordiale pour le traitement du signal.

P.Grandclément, E.Gourgoulhon et S.Bonazzola, Phys. Rev. D 65 (2002).

T.Damour, E.Gourgoulhon et P.Grandclément, Phys. Rev. D 66 (2002).

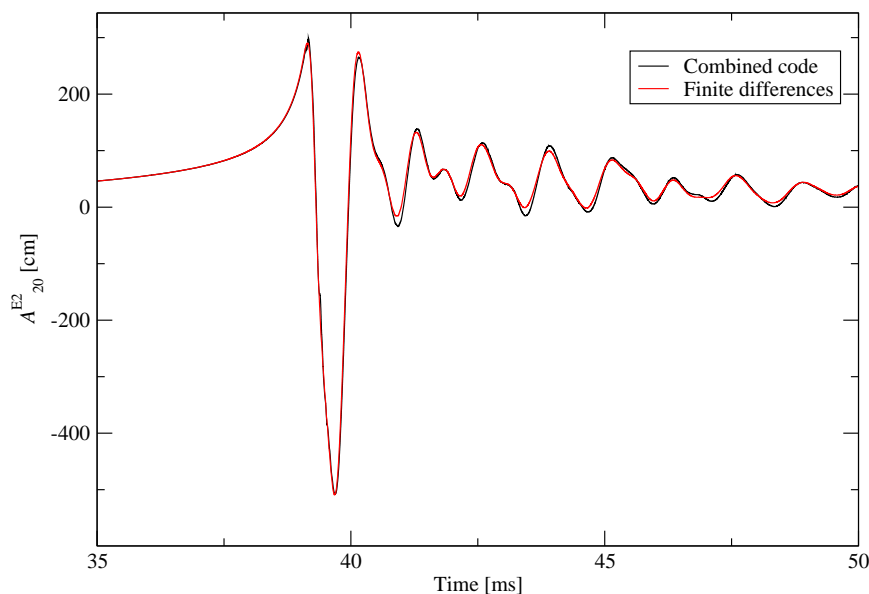
Effondrements stellaires

Modèle physique très riche et trop complexe...

Commence par modélisation hydro + champ gravitationnel relativiste (Einstein) :

- méthodes spectrales pour modéliser la gravité (faibles besoins informatiques),
- méthodes de type Godunov (capture de chocs) pour traiter les discontinuités hydrodynamiques.

Quadrupole amplitude



Comparaison des formes d'ondes gravitationnelles émises dans le cas axisymétrique (code mixte / code différences finies). Le code 3D est actuellement opérationnel...

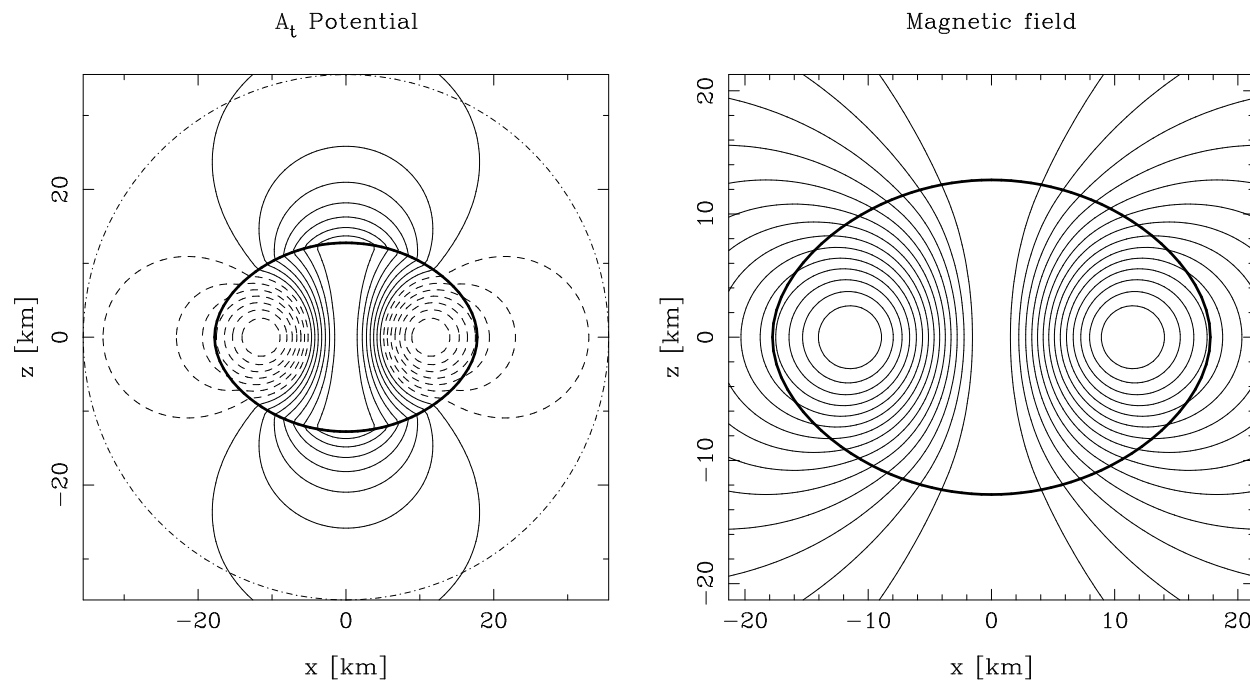
H. Dimmelmeier, J.N., J.A. Font-Roda, J.M. Ibañez et E. Müller, en préparation

Résultats : propriétés des astres compacts

Champ magnétique, magnétars

Champ magnétique des magnétars $\rightarrow 10^{13}$ T.

Modèles stationnaires d'étoiles en rotation rapide + axe magnétique aligné



Déformation due à la pression magnétique importante que dans le cas des magnétars :

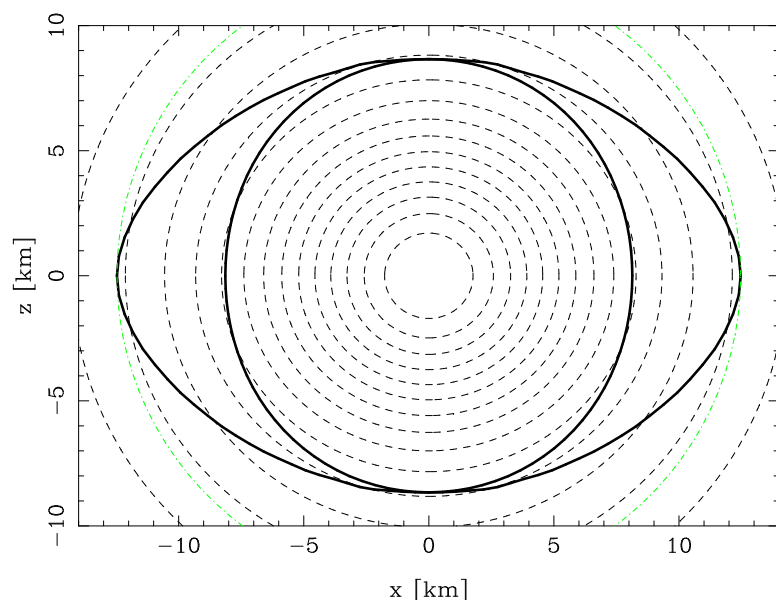
M.Bocquet, S.Bonazzola, E.Gourgoulhon et J.N., Astron. & Astrophys. 301,(1995).

Possibilité d'émission d'ondes gravitationnelles : *S.Bonazzola et E.Gourgoulhon, Astron. & Astrophys. 312,(1996).*

Rapport gyromagnétique : *J.N. et E.Marcq, Class. Quant. Grav. 20, (2003).*

Superfluidité dans les étoiles à neutrons

- Modèles à deux fluides : les neutrons (superfluides) et le reste (normal) avec un certain “entraînement”,
- Recherche de solutions stationnaires avec une équation d'état simplifiée (double polytrophe)
- Données initiales pour la recherche d'instabilités (plasmas)



Comparaisons avec des solutions “exactes” dans le cas de rotation lente, en gravité newtonienne.

R.Prix, J.N., G.Comer, en préparation

Conclusions/perspectives

- modèles très complets d'étoiles relativistes en rotation rapide, afin de mieux comprendre un certain nombre d'observations (surtout en X)
- calculs de modèles quasi-stationnaires de binaires (étoiles à neutrons ou trou noir)

⇒ simulation de phénomènes dynamiques (instationnaires) afin d'estimer le rayonnement gravitationnel.

Intéressés par de multiples problèmes astrophysiques, pas uniquement à la recherche d'ondes gravitationnelles.

Développement de codes, algorithmes et modèles numériques ouverts (publics) afin d'améliorer la collaboration et la fiabilité des résultats.

LIGO opérationnel, VIRGO presque ... il faut être prêt !