Étude numérique de sources de rayonnement gravitationnel en théorie tenseur-scalaire de la gravité

Jérôme Novak

11 Mars 1998

Étude numérique de sources de rayonnement gravitationnel en théorie tenseur-scalaire de la gravité

Introduction

Présentation des modèles

Méthodes numériques

Scalarisation spontanée

Effondrements gravitationnels

Rayonnement résultant

Introduction

Construction d'observatoires astrophysiques *gravitationnels*
$\Rightarrow$ Nécessité d'avoir des modèles fiables des signaux possibles

La théorie *tenseur-scalaire* (Jordan (1949) à Damour et Esposito-Farèse (1992)):

- est une conséquence naturelle des tentatives d'unification de la gravité avec les autres forces (Damour et Polyakov (1994)),
- apporte une manière “élégante” de sortir de l'inflation (Steinhart et Accetta (1990)).

Champ scalaire (φ) $\Rightarrow$ ondes gravitationnelles monopolaires, émises par des objets sphériques, contrairement à la relativité générale.

Supernovæ et effondrements (étoile à neutrons $\rightarrow$ trou noir) sont proches de la sphéricité et émettraient de l'énergie sous la forme de ces ondes.

$\Longrightarrow$ Il est nécessaire de connaître de manière réaliste le déroulement de ces événements afin de tester la relativité générale

Présentation des modèles

2 métriques reliées par $\tilde{g}_{\mu\nu} = a^2(\varphi) \times g^*_{\mu\nu}$

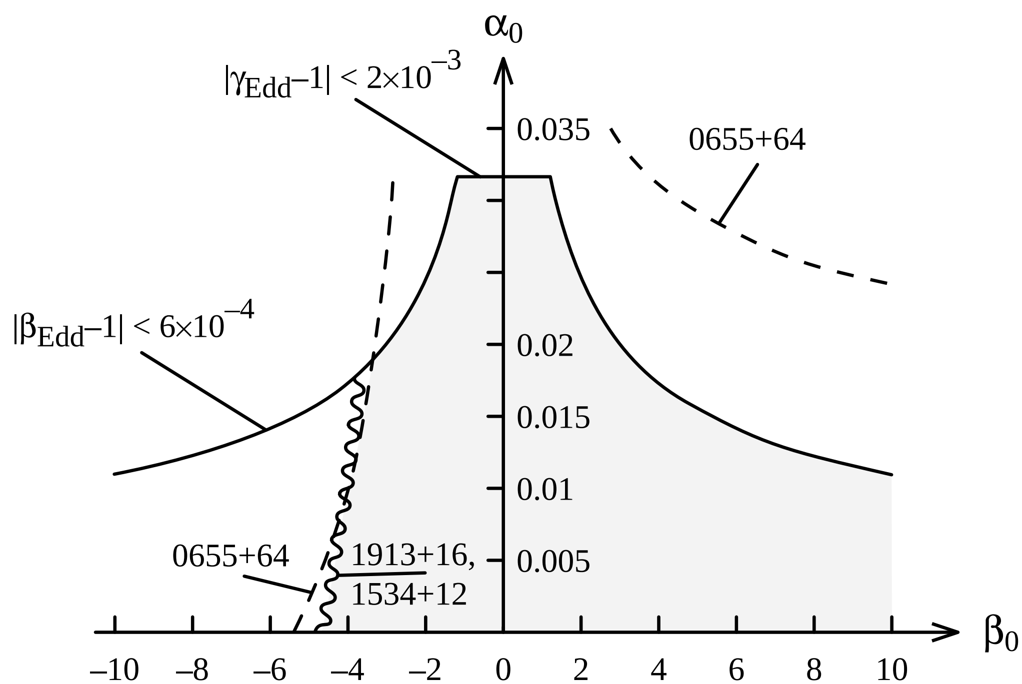
Hypothèses:

- Un seul champ scalaire (φ)
- Fonction de couplage avec la matière
  $\alpha(\varphi) = \alpha_0 + \beta_0 \times (\varphi - \varphi_0) = \partial \ln(a(\varphi))/\partial\varphi$
- Symétrie sphérique
- Fluide parfait $\tilde{T}_{\mu\nu} = (\tilde{e} + \tilde{p})\tilde{u}_\mu \tilde{u}_\nu + \tilde{p}\tilde{g}_{\mu\nu}$

Contraintes sur les paramètres (α_0, β_0):

$\rightarrow$ par les tests de déviation des ondes radio par le Soleil (Lebach *et al.* (1995))

$\rightarrow$ par le chronométrage des pulsars binaires (Damour et Esposito-Farèse (1996))



La région compatible avec tous ces tests est hachurée (d'après Damour et Esposito-Farèse (1996)).

Feuilletage 3+1 de l'espace-temps, de la même manière qu'en relativité générale (Cf.Gourgoulhon (1992)):

$\hookrightarrow$ métrique

$g^{*}_{\mu\nu}\mathrm{d}x^{\mu}\mathrm{d}x^{\nu} = -N^2(t,r)\mathrm{d}t^2 + A^2(t,r)\mathrm{d}r^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}\phi)$

$\hookrightarrow$ tenseur impulsion-énergie

$$\tilde{T}_{\mu}{}^{\nu} = \begin{pmatrix} -\tilde{E} & -(\tilde{E}+\tilde{p})V & 0 & 0 \\ \left(\frac{A}{N}\right)^2(\tilde{E}+\tilde{p})U & (\tilde{E}+\tilde{p})U^2+\tilde{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{p} \end{pmatrix}$$

$$A(t,r)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{2Gm(t,r)}{rc^2}}};\ N(t,r)=e^{\nu(t,r)};\ \zeta(t,r)=\ln\left(\frac{N(t,r)}{A(t,r)}\right)$$

équations générales

$$\underbrace{\begin{gathered} R^*_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g^*_{\mu\nu} R^* = 2\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - g^*_{\mu\nu} g_*^{\rho\sigma}\partial_\rho\varphi\partial_\sigma\varphi + 2q^*_\pi T^*_{\mu\nu} \\ \tfrac{1}{\sqrt{g^*}}\tfrac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{g^*}g_*^{\mu\nu}\tfrac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\right) = -q^*_\pi \alpha(\varphi) T_* \end{gathered}}_{\text{équations du champ gravitationnel}}$$

$$\underbrace{\begin{gathered} \tilde{\nabla}_\nu \tilde{T}^{\mu\nu} = 0 \\ \tilde{\nabla}_\mu \tilde{n}_B \tilde{u}^\mu = 0 \end{gathered}}_{\text{équations de conservation}}$$

$$\tilde{D} = A\Gamma\tilde{n}_B \text{ avec } \Gamma = (1 - U^2)^{1/2}$$

$$\Xi = \left\{ \left(\frac{1}{N}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{1}{A}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2 \right\}$$

équations en symétrie sphérique

$$\underbrace{\begin{aligned} \frac{\partial m}{\partial r} &= \frac{c^2}{G_*} r^2 \left[\tfrac{1}{2} q_\pi^* E^* + \Xi\right] \\ \frac{\partial \nu}{\partial r} &= \frac{q_\pi A^2}{2} \left[\frac{mc^2}{4\pi r^2} + a^4(\varphi) r(\tilde{p} + U^2(\tilde{E} + \tilde{p})) + r\Xi\right] \end{aligned}}_{\text{équations de contraintes donnant la métrique}}$$

$$\underbrace{\begin{aligned} &\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial r} = \sigma_U \\ &\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 (\tilde{E} + \tilde{p}) V\right) = \sigma_{\tilde{E}} \\ &\frac{\partial \tilde{D}}{\partial t} + a(\varphi) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \tilde{D} V\right) = \sigma_{\tilde{D}} \end{aligned}}_{\text{équations d'évolution hydrodynamique}}$$

$$\underbrace{\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - e^{2\zeta} \left(\Delta \varphi + \frac{\partial \zeta}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial r}\right) = N^2 q_\pi^* \alpha(\varphi) T^*}_{\text{équation d'onde}}$$

équation d'état

Polytropique pour l'étoile à neutrons:

$$\tilde{e}(\tilde{n}_B) = \tilde{n}_B \tilde{m}_B + K \frac{\tilde{n}_0 \tilde{m}_B}{\gamma - 1} \left(\frac{\tilde{n_B}}{\tilde{n}_0} \right)^{\gamma}$$

$$\tilde{p} = K \tilde{n}_0 \tilde{m}_B \left(\frac{\tilde{n_B}}{\tilde{n}_0} \right)^{\gamma}$$

avec $\gamma = 2.34$ et $K = 0.0195$, ou $\gamma = 2$ et $K = 0.1$.

Indice adiabatique variable pour la modélisation de la neutronisation de la matière $e^- + p^+ \rightleftarrows n + \nu_e$

(Cf. Van Riper (1978)):

$$\gamma(\tilde{n}_B) = \gamma_{\min} + S_r \left(\log_{10}(\tilde{\rho}) - \log_{10}(\rho_{\text{rebond}})\right)$$

méthodes spectrales

partie spatiale des fonctions → base de polynômes de Tchebychev:

$$f(r) \cong \sum_{n=0}^{N} f_n T_n(r);$$

opérations du type $f \mapsto \frac{\partial f}{\partial r},\ \int f,\ \frac{1}{r} f,\ r f,\ \Delta f$ se réduisent à des multiplications matricielles.

Intégration temporelle:

$$\left(1 - \frac{(t_{J+1} - t_J)}{2} \mathcal{S}\right) .f_{t_{J+1}} = f_{t_J} + \frac{(t_{J+1} - t_J)}{2} \mathcal{S}(f_{t_J})$$

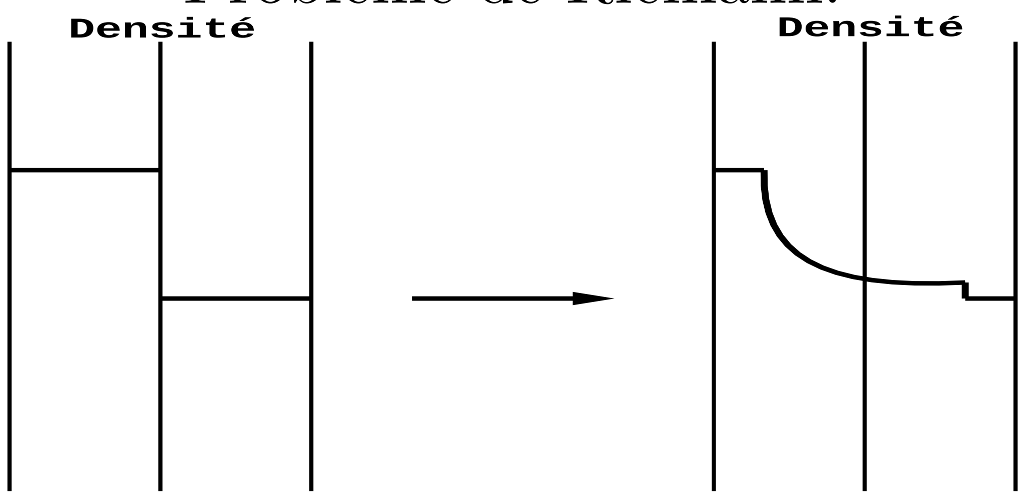
+ conditions au contour.(Bonazzola *et al.* (1997))

différences finies–capture de chocs

équations écrites sous forme conservative:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 \frac{N}{A}\vec{f}(\vec{u})\right] = \vec{s}(\vec{u})$$

Problème de Riemann:

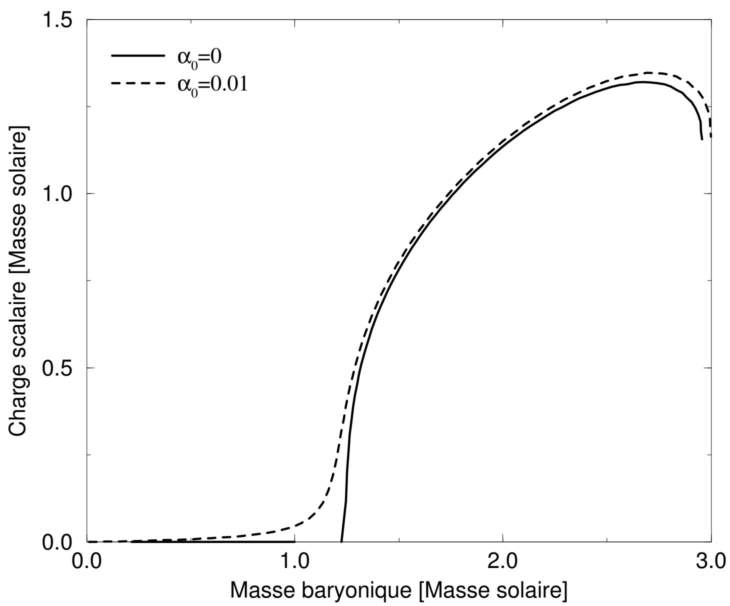


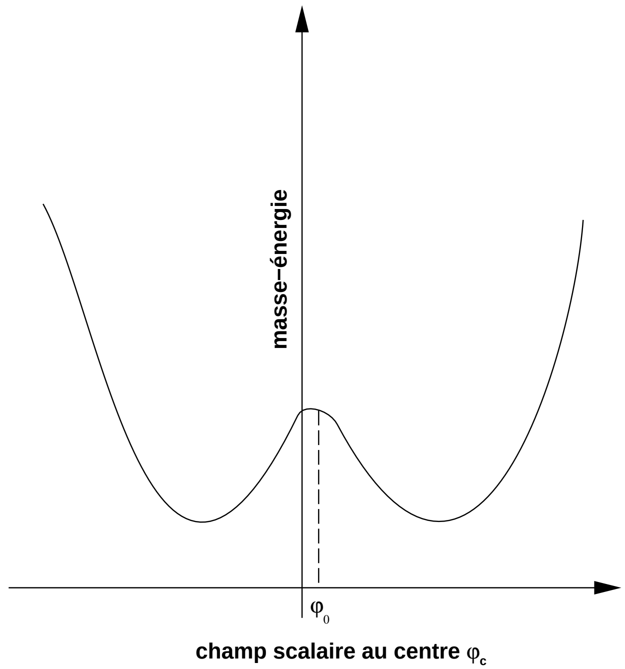
Romero *et al.* (1997)

scalarisation spontanée

Solutions d'équilibre des équations contenant un champ φ fort alors que $\alpha_0 = 0$ (Damour et Esposito-Farèse (1993)).

Analogie avec le ferromagnétisme (Damour et Esposito-Farèse (1996)):

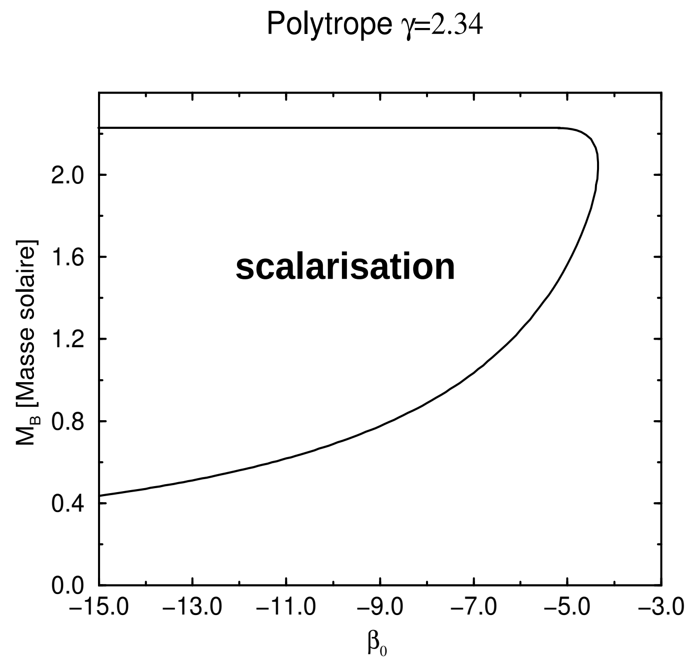


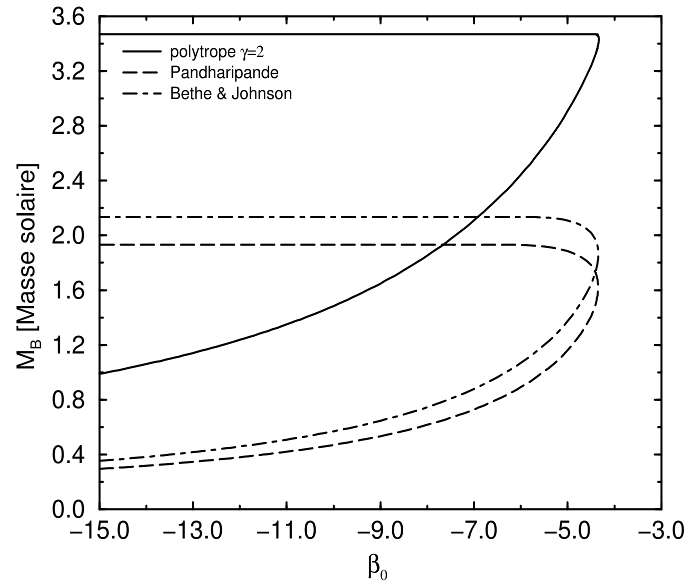


	Solution	α_0	β_0	R_{surf} [km]	$\tilde{n}_B(r=0)$ [n_{nuc}]	M_g [$M_\odot$]	M_B [$M_\odot$]
1	instable	0	-6	13.2	3.9643	1.37803	1.50009
2	stable	0	-6	13	5.3212	1.37322	1.50008
3	stable	0	-6	13	5.3212	1.37322	1.50008
4	instable	-10^{-2}	-6	13.2	3.9742	1.37807	1.50007
5	stable	-10^{-2}	-6	13	5.3674	1.3719	1.50008
6	stable	-10^{-2}	-6	13	5.2669	1.37452	1.50008

Pour $M_B > M_B^{\rm crit}$, il y a une solution d'équilibre instable et deux stables (aussi Harada (1998)).

$M_B^{\rm crit}$ dépend des paramètres de couplage (α_0, β_0) et de l'équation d'état.

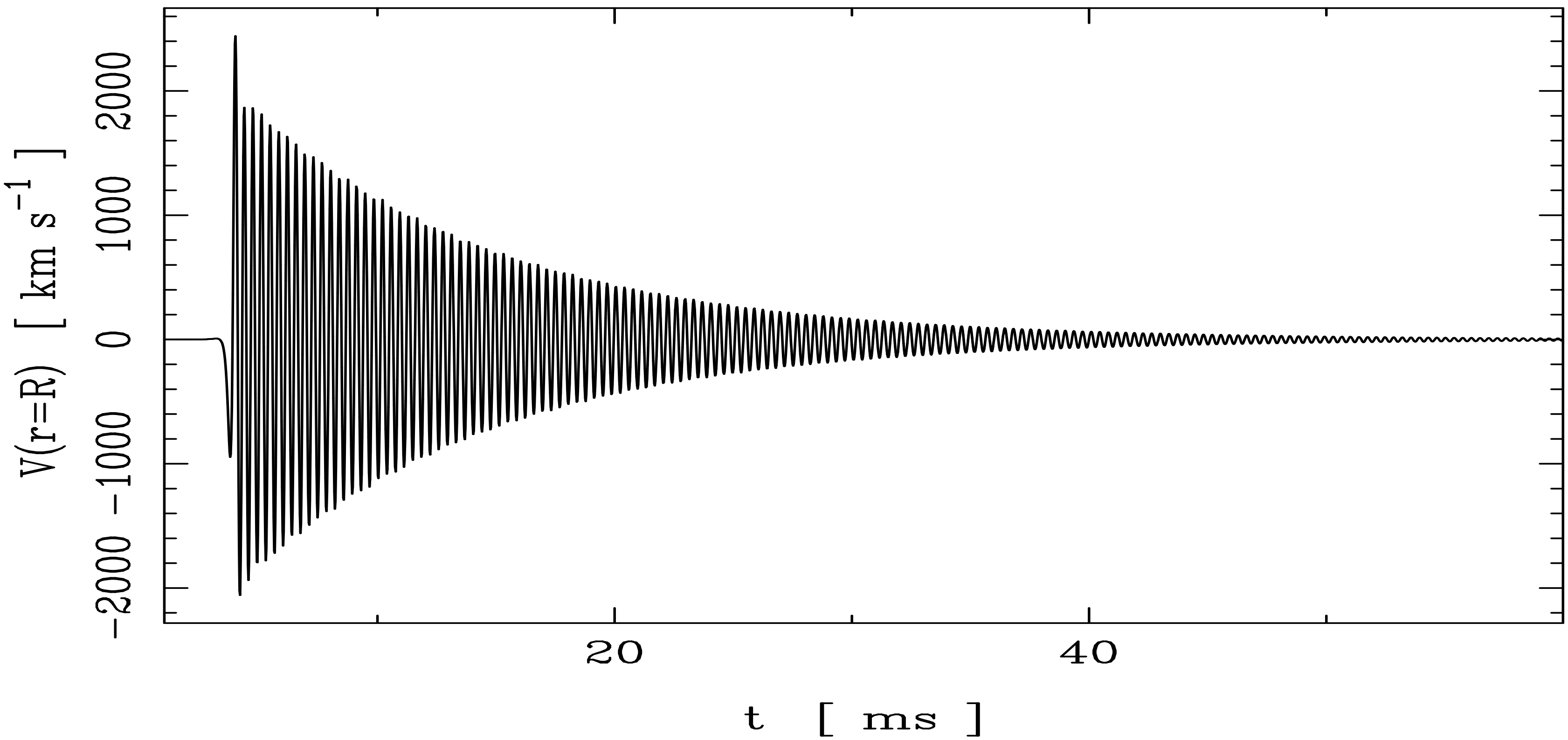


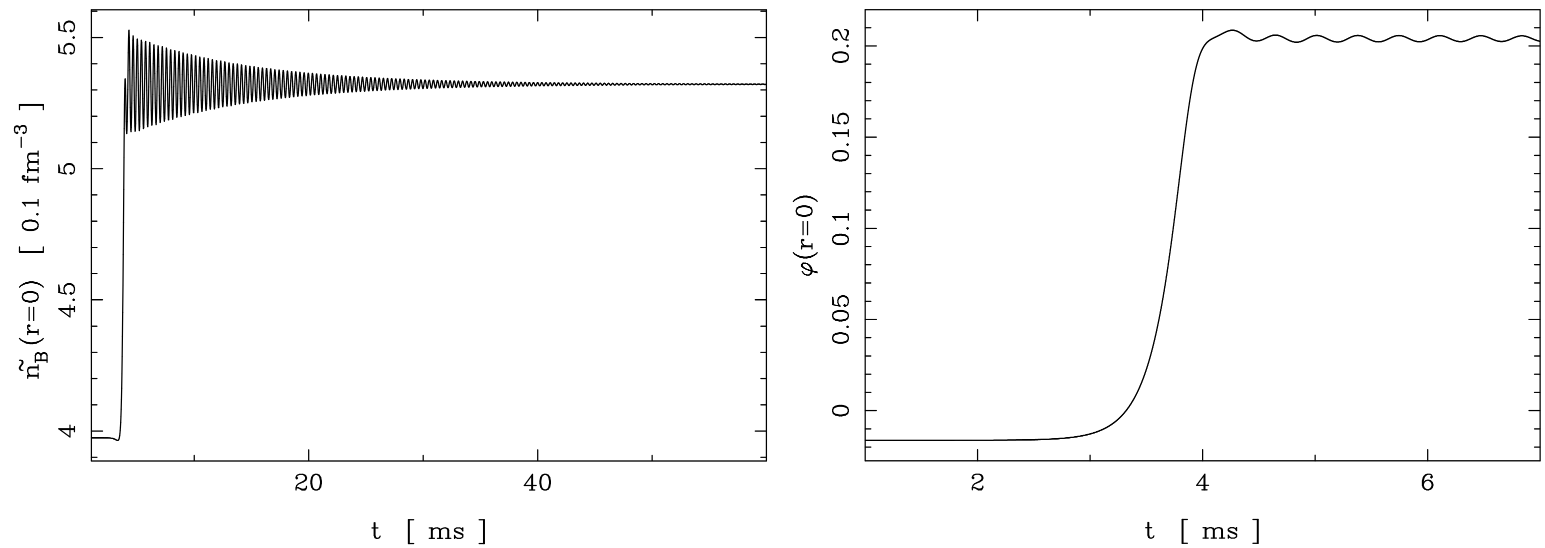


$$\beta_0^{\max} = -4.34 \pm 0.01.$$

transition dynamique

Comment évolue une étoile instable ?





Après les oscillations, l'étoile s'établit dans l'une ou l'autre des solutions stables (aux erreurs numériques près $\sim 3 \times 10^{-2}$).

$\rightarrow$ **Excellente vérification de cohérence globale du code**

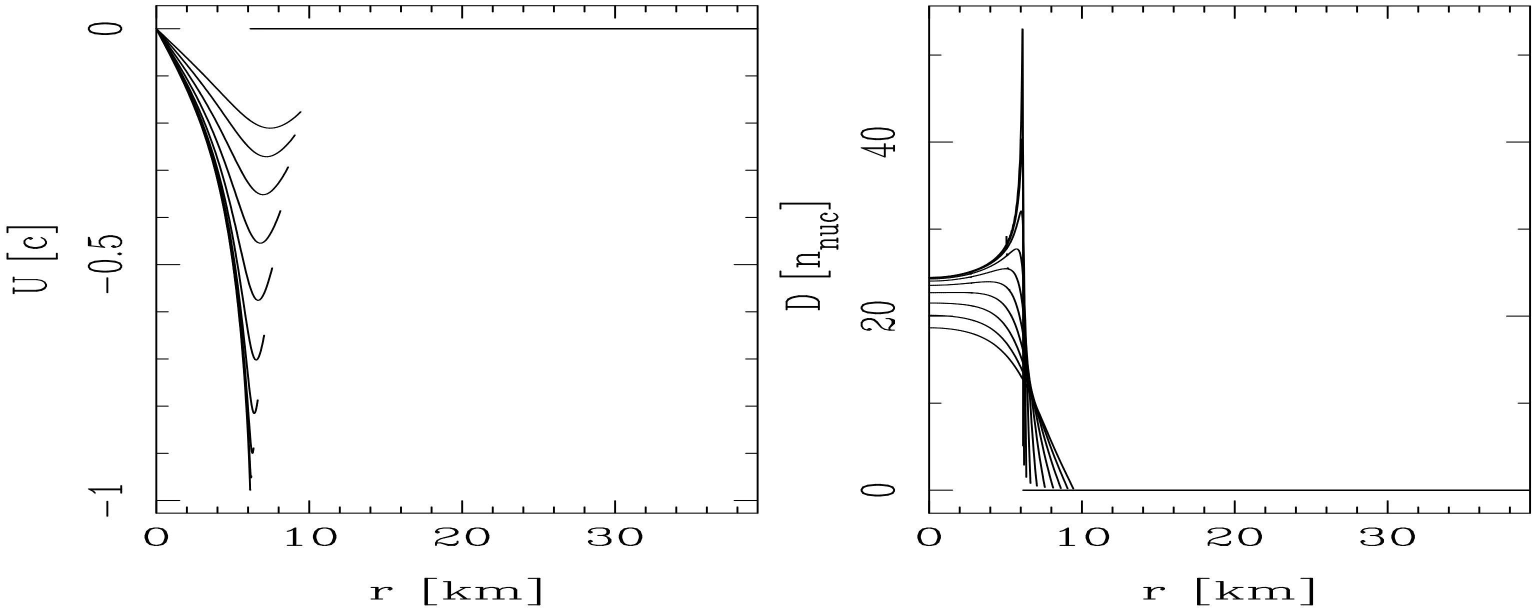
$\rightarrow$ **Effet important de φ sur l'hydrodynamique**

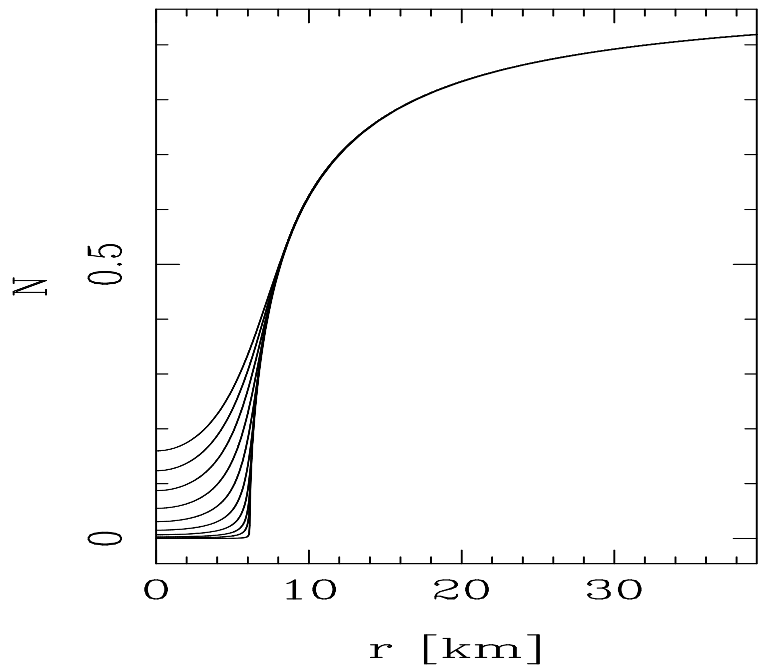
Effondrements gravitationnels

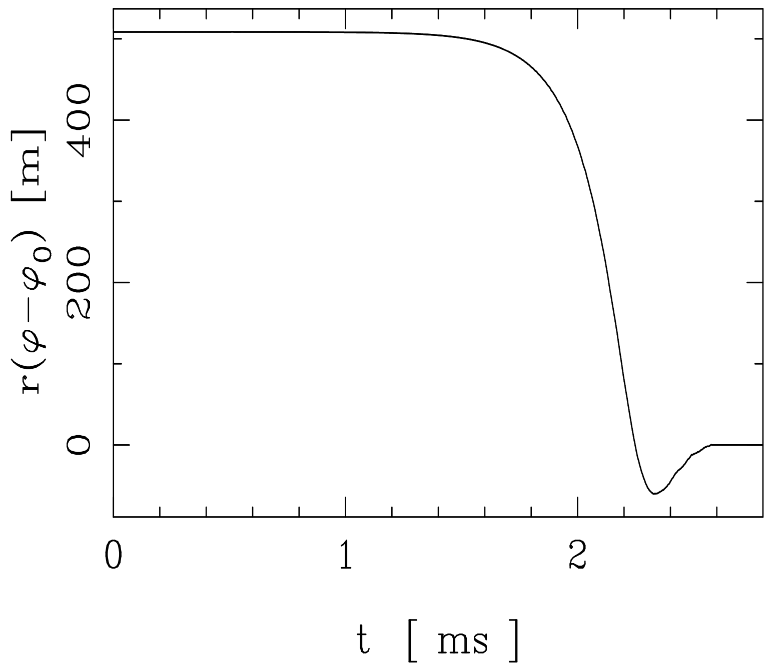
étoile à neutrons → trou noir

Travaux précédents sur effondrement d'Oppenheimer-Snyder (poussière) et sans scalarisation spontanée (Shibata *et al.* (1994), Scheel *et al.* (1995) et Harada *et al.* (1997))

⇒ première fois que les équations dynamiques complètes sont résolues







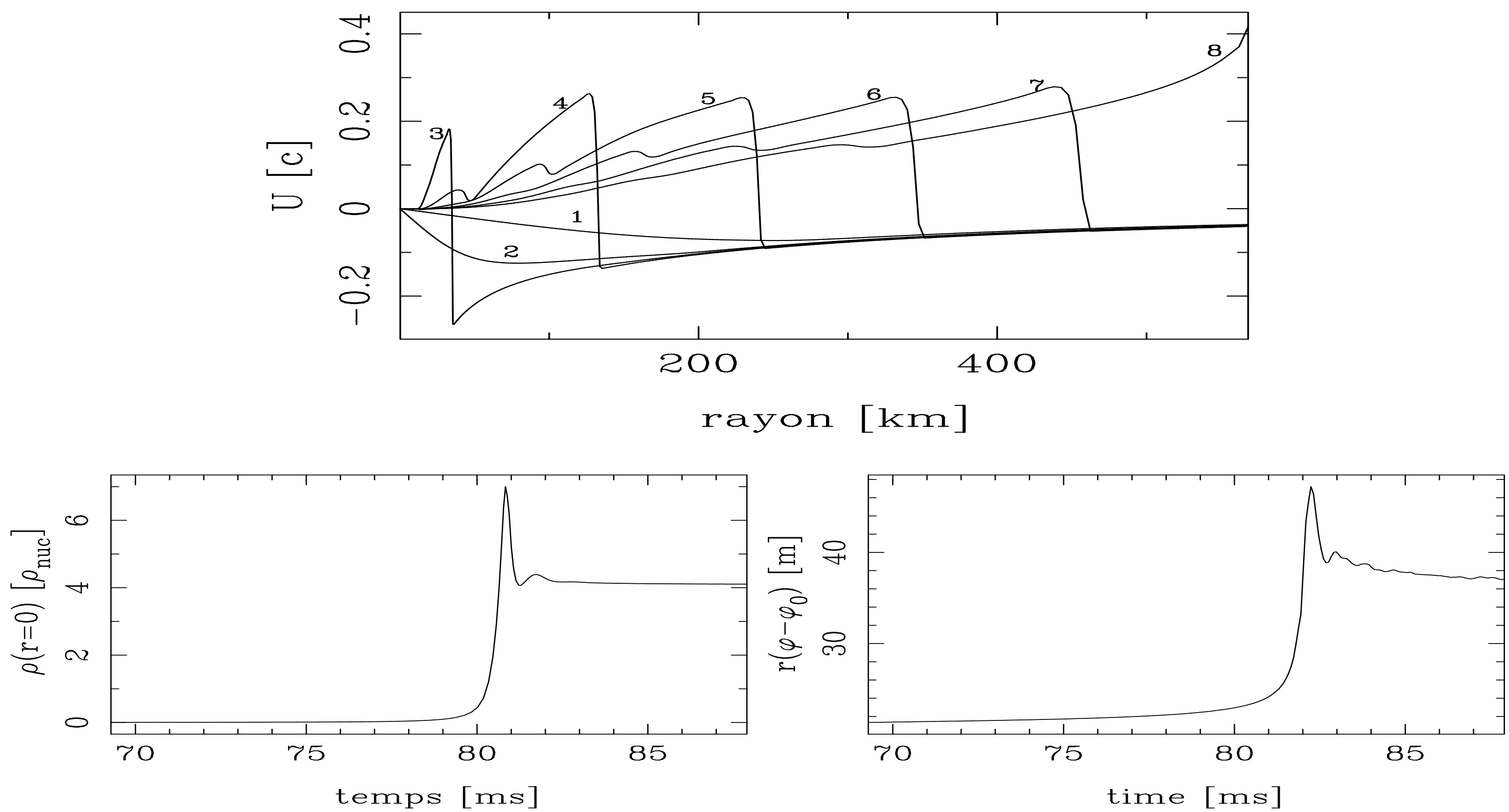
$$\frac{R_{\text{étoile}}}{R_{\text{Schwarzschild}}} \simeq 1.001,$$

$$N(r=0) \simeq 10^{-5}, \quad \text{et} \quad N(r=R_{\text{étoile}}) \simeq 10^{-3}$$

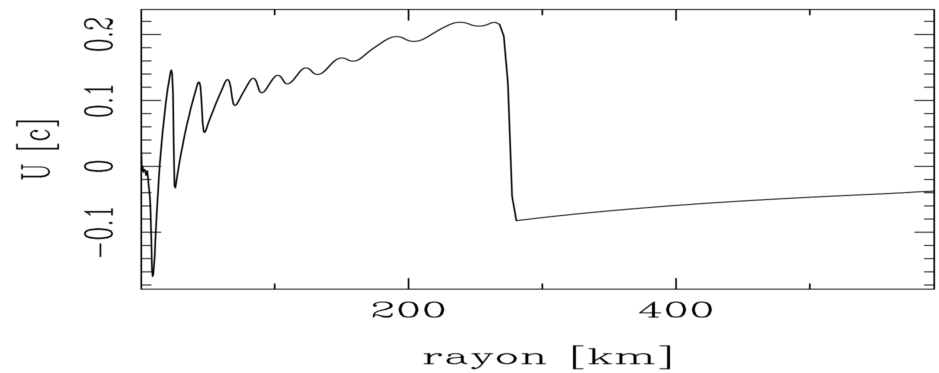
naine blanche → étoile à neutrons

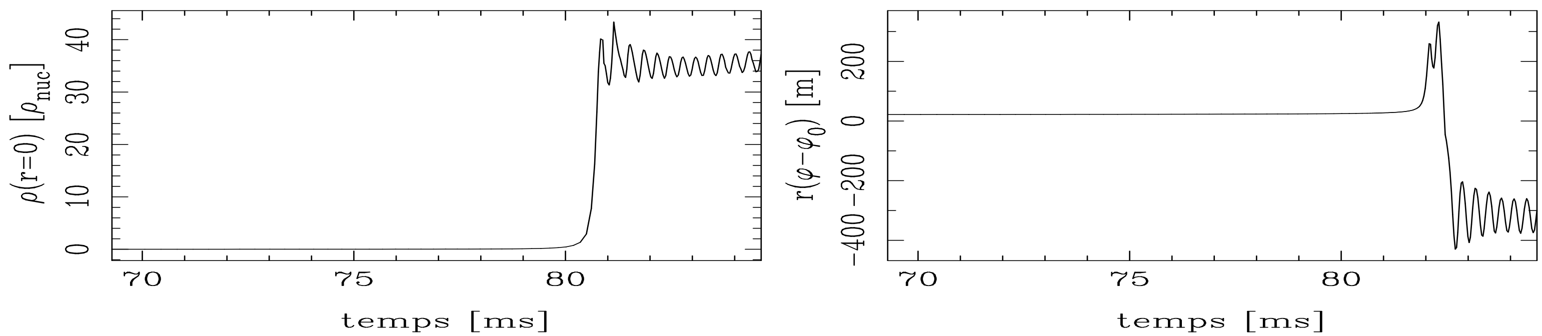
première fois qu'un tel type de code existe et que ce problème est étudié.

$\beta_0 > \beta_0^{\mathrm{crit}}$ et $\rho_{\mathrm{rebond}} = 1.5\rho_{\mathrm{nuc}}$



$\beta_0 < \beta_0^{\rm crit}$ et rebond plus "dur" ($\rho_{\rm rebond} = 15\rho_{\rm nuc}$)





oscillations de l'étoile $\leftrightarrow$ apparition de la scalarisation spontanée

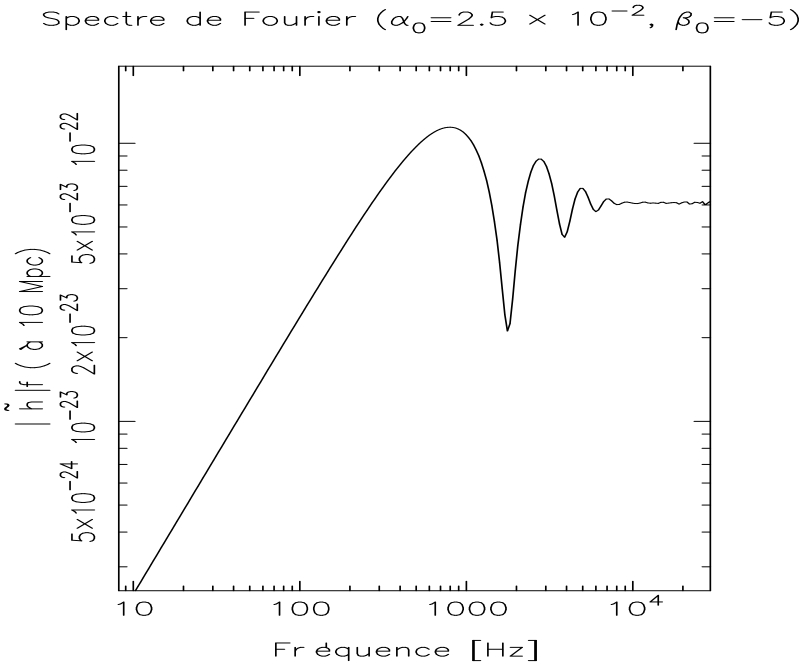
changement de signe de $\varphi \rightsquigarrow$ facteur de couplage gravitationnel négatif entre deux étoiles à neutrons !

Rayonnement résultant

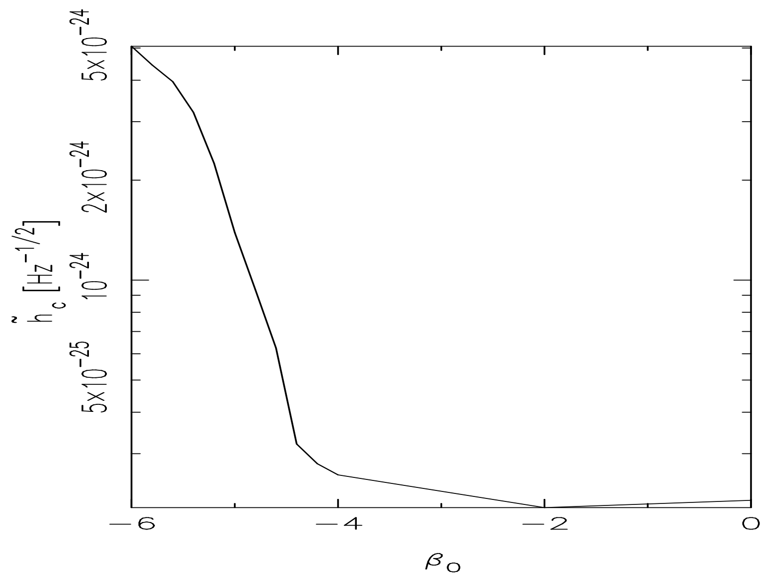
$$\Box \bar{h}_*^{\mu\nu} = -4 q_\pi^* T_*^{\mu\nu} \text{ et } \Box(\varphi - \varphi_0) = -q_\pi^* \alpha_0 T_*$$

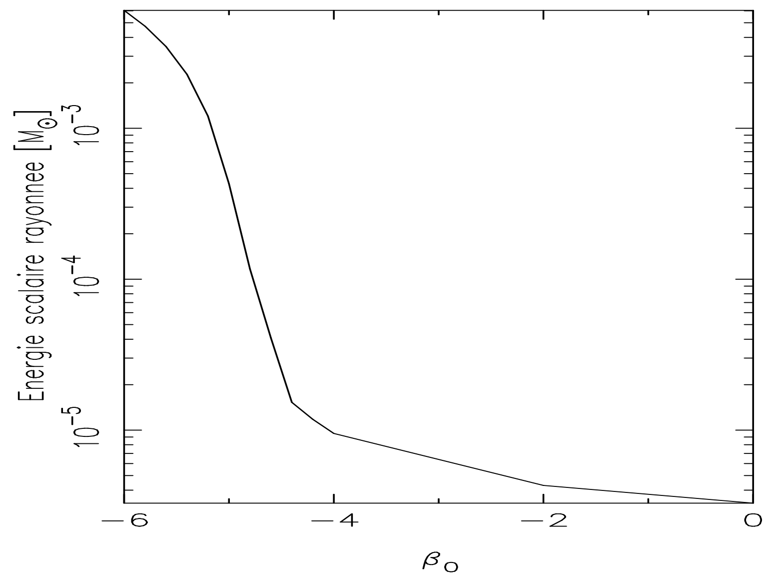
onde gravitationnelle scalaire $h(t) = \frac{2}{d} a^2(\varphi_0)\alpha_0 R(\varphi(R) - \varphi_0)$

Flux rayonné $F = \frac{1}{c q_\pi^*} \int_{\vec{n}} \left(\frac{\partial (R \times (\varphi(R) - \varphi_0))}{\partial t} \right)^2 \mathrm{d}\Omega(\vec{n})$



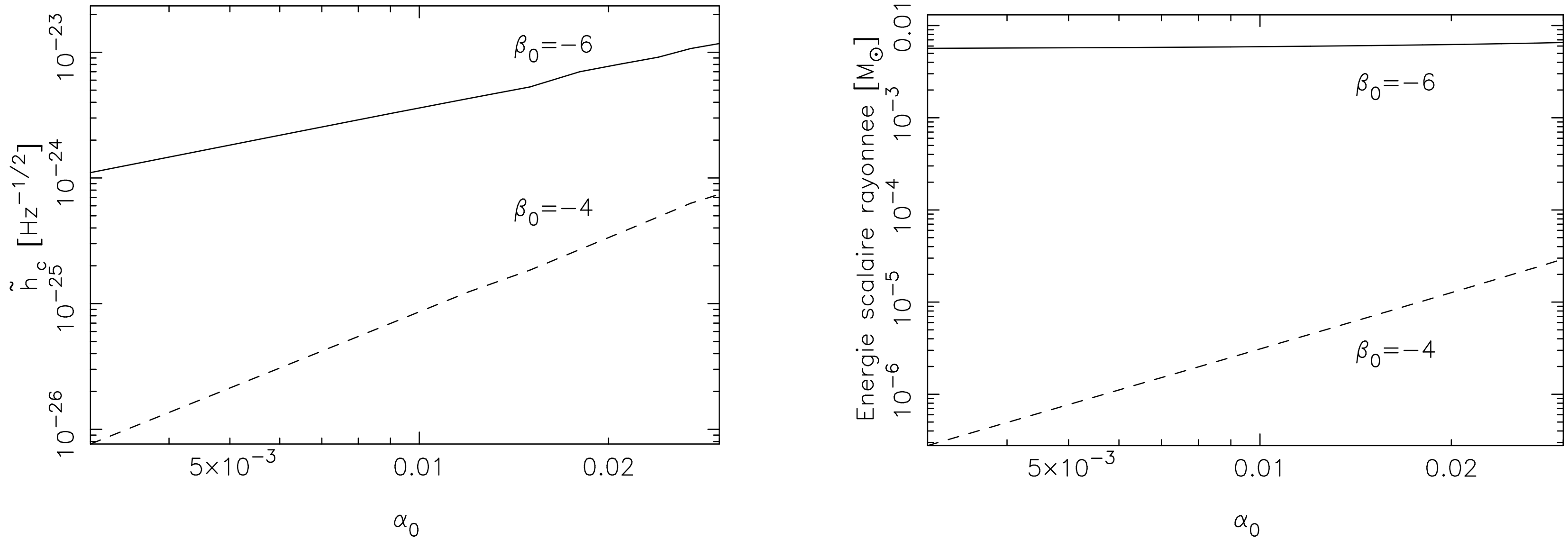
α_0 maximal compatible avec les tests du système solaire





$\Rightarrow$ L'amplitude du signal dépend fortement de la possibilité d'apparition de scalarisation spontanée.

$\Rightarrow$ L'amplitude détectable est faible même si l'énergie émise est importante.



Scalarisation spontanée: $R(\varphi(R) - \varphi_0) \sim 1$

Champ faible: $R(\varphi(R) - \varphi_0) \sim \alpha_0$

Estimation de $h^{*TT}_{\mu\nu}$ pour des étoiles oscillantes en rotation (indépendant de α_0):

$$h^{*TT} \sim 10^{-12} \frac{f^2}{d}$$

$\Rightarrow$ indétectable à plus de 10 pc !

Conclusions

- Première fois que les équations complètes sont résolues en symétrie sphérique
- Faibles possibilités de détection
- Phénomènes non-perturbatifs ne peuvent apparaître que pour $\beta_0 < -4.35$
- Code hybride intéressant pour la suite ...